Mathematik für Physik und Computational Science, 22. Hausaufgabe

Abgabetermin: 12. 05. 2017

WS 2016/17 https://www-user.tu-chemnitz.de/~creb/index.php

---

1. Es seien $(X, \|\cdot\|_X)$ und $(Y, \|\cdot\|_Y)$ normierte Räume über $\mathbb{K}$. Ein *linearer Operator* A von X nach Y ist eine Abbildung $A : X \to Y,\ x \mapsto Ax$, so dass $A(\alpha x + \beta y) = \alpha Ax + \beta Ay$ für alle $x, y \in X$ und $\alpha, \beta \in \mathbb{K}$ gilt. Existiert außerdem eine Konstante $M \geq 0$, so dass $\|Ax\|_Y \leq M\|x\|_X$ für alle $x \in X$ gilt, so nennt man A *beschränkt*. Die Menge aller linearen und beschränkten Operatoren von X nach Y wird mit $\mathcal{L}(X, Y)$ bezeichnet. Bekanntlich definiert die Abbildung $A \mapsto \|A\| := \|A\|_{X\to Y} := \sup\{\|Ax\|_Y : \|x\|_X \leq 1\}$ eine Norm auf $\mathcal{L}(X, Y)$, welche $\|Ax\|_Y \leq \|A\|\|x\|_X$ erfüllt.

   Zeigen Sie:
   Ist Y eine Banachraum, so ist auch $(\mathcal{L}(X, Y), \|\cdot\|)$ ein Banachraum.

2. Lösen Sie alle mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 35. Übung!