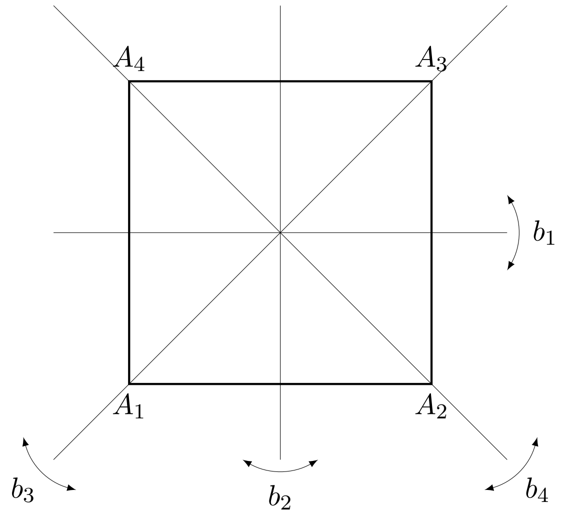
Mathematik für Physik und Computational Science, 7. Hausaufgabe

Abgabetermin: 16. 06. 2017

WS 2016/17 https://www-user.tu-chemnitz.de/~creb/index.php

1. Lösen Sie alle mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 9. Übung!
2. Geben Sie die Gruppentafel der Diedergruppe D_4 des Quadrates an und zeigen Sie, dass D_4 isomorph zu einer Permutationsgruppe der S_4 ist. Verwenden Sie die Bezeichnungen:



   b_0 identische Abbildung

   b_1, b_2, b_3, b_4 Spiegelung an den entsprechenden Geraden

   b_5, b_6, b_7 Drehungen entgegen dem Uhrzeigersinn um $\frac{\pi}{2}, \pi$ bzw. $\frac{3\pi}{2}$

3. Geben Sie alle abelschen Untergruppen der D_3 und D_4 an!
4. Geben Sie je einen nichttrivialen Normalteiler der D_3 und D_4 an!
5. Sei $S[0,1]$ die Menge aller bijektiven Abbildungen des Intervalls $[0,1]$ auf sich. Ist $S[0,1]$ versehen mit der Hintereinanderausführung eine Gruppe? Ist diese abelsch?
6. Zeigen Sie, dass die Menge M der Funktionen $f_i : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, gegeben durch $f_1(t) = t$, $f_2(t) = \frac{1}{t}$, $f_3(t) = -t$ und $f_4(t) = -\frac{1}{t}$ bezüglich der Komposition eine abelsche Gruppe der Ordnung 4 bildet (Gruppentafel). Ist diese isomorph zur $\mathbb{Z}_4$ oder V_4?