Beispiel 2.12

Gegeben seien $\mathbb{M}(10, 5, e_{\min}, e_{\max})$, und $a = 4.2832, b = 4.2821, c = 5.7632$. Wir berechnen den Ausdruck $d := (a - b) \cdot c$. Bei exakter Rechnung ergibt sich:

$$d = (0.0011) \cdot 5.7632 = 0.00633952 \quad \Longrightarrow \quad \gamma(d) = 0.63395 \cdot 10^{-2}.$$

Der relative Fehler ist

$$\frac{|d - \gamma(d)|}{|d|} \approx 0.3 \cdot 10^{-6}.$$

In der Pseudoarithmetik für $\mathbb{M}(10, 5, e_{\min}, e_{\max})$ hat man zwei Möglichkeiten:

(i) $(a \ominus b) \odot c = (0.11 \cdot 10^{-2}) \odot (0.57632 \cdot 10^{1}) = 0.63395 \cdot 10^{-2} = \gamma(d)$,
man erhält damit das korrekte gerundete Resultat.

(ii) $(a \odot c) \ominus (b \odot c) =: e \ominus f =: g$

$$\begin{aligned}
e &= a \odot c = \gamma(0.24684932824 \cdot 10^{2}) = 0.24685 \cdot 10^{2} \\
f &= b \odot c = \gamma(0.2467859872 \cdot 10^{2}) = 0.24679 \cdot 10^{2} \\
\Longrightarrow &\quad g = e \ominus f = \gamma(0.00006 \cdot 10^{2}) = 0.6 \cdot 10^{-2} \\
\Longrightarrow &\quad \frac{|d - g|}{|d|} \approx 0.54,
\end{aligned}$$

man erhält also keine keine korrekte Stelle.

Das Problem bei (ii) ist die Auslöschung bei der Subtraktion der beiden fast gleich großen Zahlen e und f, bei deren Berechnung bereits gerundet wurde—damit wurde die Information über die Stellen ausgelöscht, die im Ergebnis g an den Stellen 2-5 stehen müßte, um das korrekte Ergebnis zu erhalten.