Jacobi-Algorithmen für symmetrische Eigenwertprobleme

Algorithmus III.2 sym.schur2

INPUT: $\alpha, \beta, \gamma \in R$

OUTPUT: $c = \cos\Theta$, $s = \sin\Theta$, so daß $\begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c & -s \\ s & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha} & 0 \\ 0 & \tilde{\gamma} \end{bmatrix}$.

1: $\tau = \dfrac{\alpha - \gamma}{2\beta}$

2: $t = \dfrac{\operatorname{sign}(\tau)}{|\tau| + \sqrt{1+\tau^2}}$

3: $c = \dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}$, $s = ct$

Algorithmus III.3 Klassisches Jacobi-Verfahren

INPUT: $A = A^T \in R^{n\times n}$, Toleranz ε.

OUTPUT: $A = \operatorname{diag}(\tilde{\lambda}_1, \ldots, \tilde{\lambda}_n) + E$ mit $\|E\|_F \le \varepsilon$ und $\Lambda(A) \approx \{\tilde{\lambda}_1, \ldots, \tilde{\lambda}_n\}$,
$Q \in R^{n\times n}$ orthogonal mit $Q^T A Q = \operatorname{diag}(\tilde{\lambda}_1, \ldots, \tilde{\lambda}_n) + E$.[1]

1: $Q \leftarrow I_n$.
2: **while** $\operatorname{off}(A) > \varepsilon \|A\|_F$ **do**
3: Wähle j, k, so daß $|a_{jk}| = \max_{r\neq s} |a_{rs}|$.
4: $[c, s] =$ `sym.schur2`(a_{jj}, a_{jk}, a_{kk}).
5: $A \leftarrow J(j,k,\Theta)^T A J(j,k,\Theta)$, $Q \leftarrow QJ(j,k,\Theta)$.
6: **end while**

Algorithmus III.5 Zyklisches Jacobi-Verfahren

INPUT: $A = A^T \in R^{n\times n}$, Toleranz ε.

OUTPUT: $A = \operatorname{diag}(\tilde{\lambda}_1, \ldots, \tilde{\lambda}_n) + E$ mit $\|E\|_F \le \varepsilon$ und $\Lambda(A) \approx \{\tilde{\lambda}_1, \ldots, \tilde{\lambda}_n\}$,
$Q \in R^{n\times n}$ orthogonal mit $Q^T A Q = \operatorname{diag}(\tilde{\lambda}_1, \ldots, \tilde{\lambda}_n) + E$.

1: $Q \leftarrow I_n$.
2: **while** $\operatorname{off}(A) > \varepsilon \|A\|_F$ **do**
3: **for** $j = 1 : n-1$ **do**
4: **for** $k = j+1 : n$ **do**
5: $[c, s] =$ `sym.schur2`(a_{jj}, a_{jk}, a_{kk}).
6: $A \leftarrow J(j,k,\Theta)^T A J(j,k,\Theta)$, $Q \leftarrow QJ(j,k,\Theta)$.
7: **end for**
8: **end for**
9: **end while**

[1] Teile in blau sind optional.