



TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ

Sonderforschungsbereich 393

Parallele Numerische Simulation für Physik und Kontinuumsmechanik

Arnd Meyer

Peter Nestler

Mindlin-Reissner-Platte :  
Vergleich der Fehlerindikatoren  
in Bezug  
auf die Netzsteuerung Teil II

Preprint SFB393/05-10

Preprintreihe des Chemnitzer SFB 393

ISSN 1619-7178 (Print)

ISSN 1619-7186 (Internet)

SFB393/05-10

Juli 2005

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Fehlerindikator allgemein</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Fehlerindikator V</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Netzsteuerung</b>	<b>3</b>
4.1	Verfeinerung . . . . .	4
4.2	Vergrößerung . . . . .	4
<b>5</b>	<b>(Bi)Lineare Elemente</b>	<b>5</b>
5.1	MITC3-Element . . . . .	6
5.2	MITC4-Element . . . . .	7
<b>6</b>	<b>(Bi)Quadratische Elemente</b>	<b>8</b>
6.1	MITC7-Element . . . . .	8
6.2	MITC9-Element . . . . .	9
<b>7</b>	<b>Beispiel Quadrat</b>	<b>10</b>
7.1	MITC-Elemente . . . . .	11
7.1.1	MITC3-Element . . . . .	11
7.1.2	MITC4-Element . . . . .	12
7.1.3	MITC7-Element . . . . .	13
7.1.4	MITC9-Element . . . . .	13
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>13</b>

Author's addresses:

A. Meyer  
P. Nestler  
TU Chemnitz  
Fakultät für Mathematik  
D-09107 Chemnitz

<http://www.tu-chemnitz.de/sfb393/>

# 1 Einleitung

Dieses Preprint ist als nahtlose Fortsetzung vom Teil I [1] gedacht. Im ersten Teil wurden die verschiedenen Fehlerindikatoren vorgestellt und auch ihre Vor- und Nachteile diskutiert. Durch die verschiedenen Grafiken konnte man gut die bisherige Entwicklungsarbeit bei der Findung einer geeigneten Netzsteuerung beobachten. In diesem Preprint soll es nun, um eine Art Auswertung mit dem speziellen Ziel der Findung einer optimalen Netzsteuerung gehen. Dabei wird auch wieder auf die Besonderheiten der Elemente eingegangen. Desweiteren wird, was leider im Teil I zu wenig Beachtung fand, auf die Plattendicke und auf ihre Wirkung bei den Fehlerindikatoren eingegangen. Mit diesen wichtigen Erkenntnissen wird in diesem Teil ein spezieller Fehlerindikator vorgestellt, der die Vorteile aller Fehlerindikatoren aus Teil I vereint. Zusätzlich, um die Optimalität der Netzsteuerung zu unterstützen, wird eine spezielle Netzsteuerung und Fehlerbewertungsmöglichkeit vorgestellt. Dieser Preprint dient als vorläufiger Abschluss zur Fehlerindikator-Thematik bei den MITC-Elementen.

## 2 Fehlerindikator allgemein

Im ersten Teil [1] wurden einige Möglichkeiten der Fehlerindikatoren vorgestellt, jetzt werden die einzelnen Terme betrachtet und auf ihre Wirkung bei den Elementen untersucht. Mit diesen Ergebnissen wird ein geeigneter Fehlerindikator konstruiert. Daß eine Unterscheidung zwischen (bi)linearen und (bi)quadratischen Elementen sinnvoll ist, ist eine der Kernaussagen vom Teil I :

- Fehlerindikator I : Summe  $\eta_{T,i}^I + \eta_{T,E}^I$

– Elementresiduum :

$$\eta_{T,i}^I = \frac{h_T^2}{\lambda_T} \left( \left\| \frac{t^2}{12} \nabla_{2D}^T \sigma_{2D}(\theta_h) + \mu\kappa(\nabla w_h - \theta_h)^T \right\|_T^2 + \|\mu\kappa \nabla_{2D}^T (\nabla w_h - \theta_h) + f\|_T^2 \right)$$

– Kantenanteil :

$$\eta_{T,E}^I = \sum_{E \subset T} \frac{h_E}{\lambda_T} \left( \left\| \frac{t^2}{12} [\sigma_{2D}(\theta_h) \cdot n] \right\|_E^2 + \|[\mu\kappa(\nabla w_h - \theta_h) \cdot n]\|_E^2 \right)$$

- Fehlerindikator II : Summe  $\eta_{T,i}^{II} + \eta_{T,E}^{II}$  (unter Benutzung von  $R_h \theta_h$  anstatt  $\theta_h$  im Scherterm !)

– Elementresiduum :

$$\eta_{T,i}^{II} = \frac{h_T^2}{\lambda_T} \left( \left\| \frac{t^2}{12} \nabla_{2D}^T \sigma_{2D}(\theta_h) + \mu\kappa(\nabla w_h - R_h \theta_h)^T \right\|_T^2 + \|\mu\kappa \nabla_{2D}^T (\nabla w_h - R_h \theta_h) + f\|_T^2 \right)$$

– Kantenanteil :

$$\eta_{T,E}^{II} = \sum_{ECT} \frac{h_E}{\lambda_T} \left( \left\| \frac{t^2}{12} [\sigma_{2D}(\theta_h) \cdot n] \right\|_E^2 + \|[\mu\kappa(\nabla w_h - R_h\theta_h) \cdot n]\|_E^2 \right).$$

Die Fehlerindikatoren III und IV sind (siehe Teil I) nur andere Summationen. Bei diesen wurde das Elementresiduum mit dem Kantenanteil des jeweiligen anderen Fehlerindikators kombiniert. Dies brachte wichtige Erkenntnisse für die weitere Vorgehensweise hervor.

### 3 Fehlerindikator V

Aus den bisherigen Fehlerindikatoren werden nun folgende Terme speziell ausgewählt, die eine entscheidende Wirkung bei der Steuerung der Netze haben. Diese Terme werden **nicht aufsummiert**, sondern einzeln bewertet. Es werden folgende Terme

$$\eta_{T,i}^{Va} = \frac{h_T^2}{\lambda_T} \left\| \frac{t^2}{12} \nabla_{2D}^T \sigma_{2D}(\theta_h) + \mu\kappa(\nabla w_h - R_h\theta_h)^T \right\|_T^2 \quad (1)$$

$$\eta_{T,E}^{Vb} = \sum_{ECT} \frac{h_E}{\lambda_T} \left\| \left[ \frac{t^2}{12} \sigma_{2D}(\theta_h) \cdot n \right] \right\|_E^2 \quad (2)$$

$$\eta_{T,E}^{Vc} = \sum_{ECT} \frac{h_E}{\lambda_T} \|[\mu\kappa(\nabla w_h - R_h\theta_h) \cdot n]\|_E^2 \quad (3)$$

verwendet.

Bei der Analyse vom Fehlerindikator I und II aus dem Teil I ergeben sich einige Kernaussagen, die zu der obigen Konstruktion geführt haben.

Kernaussagen :

- Eine Unterscheidung zwischen linearen, bilinearen und (bi)quadratischen Elementen ist nötig, weil es bei einigen zu verschwindenden Termen kommen kann.

*Beispiel :*

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \sigma_{2D}(\theta_h) &= 0 \text{ bei MITC3-Element} \\ \operatorname{div} \nabla w_h &= 0 \text{ bei MITC3/4-Element} \\ \operatorname{div} (\nabla w_h - R_h\theta_h) &= 0 \text{ bei MITC3/4-Element} \end{aligned}$$

- Einige Terme aus Fehlerindikator I und II haben die gleiche oder ähnlich starke Wirkung und können somit entfallen.

*Beispiel :*

$$\begin{aligned}
& \|\mu\kappa\nabla_{2D}^T(\nabla w_h - \theta_h) + f\|_T^2 \\
\text{und} & \|\mu\kappa\nabla_{2D}^T(\nabla w_h - R_h\theta_h) + f\|_T^2 \\
\text{und} & \|\mu\kappa(\nabla w_h - \theta_h) \cdot n\|_E^2 \\
\text{und} & \|\mu\kappa(\nabla w_h - R_h\theta_h) \cdot n\|_E^2
\end{aligned}$$

Diese sind zum Erkennen und Bearbeiten der Randschichten fast gleichwertig, wobei die Kantensprünge mehr Informationsgehalt haben.

- Bei einigen Elementen kann es aufgrund der Term-Kombination, speziell bei den (bi)linearen Elementen, zu übermäßiger Verfeinerung führen. Diese müssen ausgeblendet werden.

*Beispiel :*

$$\begin{aligned}
\text{Fehlerindikator I :} & \quad \|f - \mu\nabla_{2D}^T\theta_h\|_T^2 \\
\text{Fehlerindikator II :} & \quad \|f\|_T^2
\end{aligned}$$

- Eine sehr wichtige Aussage ist auch, daß eine Summation von Elementresiduum und Kantenanteil nicht immer sinnvoll ist (siehe Grafiken Teil I).

## 4 Netzsteuerung

Diese eben vorgestellten Terme (1-3) werden nun pro Element berechnet und wie bereits erwähnt **nicht aufsummiert**. Von diesen berechneten Termen werden die globalen Maxima und die globalen Durschnitte gebildet :

$$\begin{aligned}
\delta_{T,i}^{Va} &= \max_T \eta_{T,i}^{Va} \\
\delta_{T,E}^{Vb} &= \max_T \eta_{T,E}^{Vb} \\
\delta_{T,E}^{Vc} &= \max_T \eta_{T,E}^{Vc} \\
\rho_{T,i}^{Va} &= \varnothing_T \eta_{T,i}^{Va} \\
\rho_{T,E}^{Vb} &= \varnothing_T \eta_{T,E}^{Vb} \\
\rho_{T,E}^{Vc} &= \varnothing_T \eta_{T,E}^{Vc}
\end{aligned}$$

Diese Größen sind für das weitere Vorgehen von äußerster Wichtigkeit. Damit wird, wie bereits im Teil I erwähnt, die Verfeinerung bzw. wo es möglich ist ein Vergrößerung der Elemente durchgeführt.

## 4.1 Verfeinerung

Es werden die Anteile nicht aufsummiert, sondern einzeln getestet. Diese Tests werden mit logischem ODER verknüpft. D.h.

$$\begin{aligned} & \eta_{T,i}^{Va} > \alpha_{tol} \cdot \delta_{T,i}^{Va} \\ \vee & \eta_{T,E}^{Vb} > \alpha_{tol} \cdot \delta_{T,E}^{Vb} \\ \vee & \eta_{T,E}^{Vc} > \alpha_{tol} \cdot \delta_{T,E}^{Vc}. \end{aligned}$$

Trifft eine dieser Bedingungen zu, dann wird das entsprechende Element für Verfeinerung markiert. Mit dieser Vorgehensweise wird das Netz gezielt gesteuert. Die einzelnen Terme heben die Besonderheiten des Problems hervor. Man startet mit  $\alpha_{tol} = 0.8$ , was eventuell bis auf  $\alpha_{tol} = 0.05$  erniedrigt wird, um möglichst mindestens 5% der aktuellen Elemente zu verfeinern.

## 4.2 Vergrößerung

Auch hier wird eine neue Besonderheit eingebaut. Zum Testen werden jetzt die Mittelwerte (Durchschnitte) verwendet. Im Teil I wurde dieses noch vom Maximum abhängig gemacht, was sich aber als ungünstig erwiesen hat. Die verwendeten Terme werden mit logischem UND verknüpft, um eine zu starke Vergrößerung zu unterdrücken. D.h.

$$\begin{aligned} & \eta_{T,i}^{Va} < \beta_{tol} \cdot \rho_{T,i}^{Va} \\ \wedge & \eta_{T,E}^{Vb} < \beta_{tol} \cdot \rho_{T,E}^{Vb} \\ \wedge & \eta_{T,E}^{Vc} < \beta_{tol} \cdot \rho_{T,E}^{Vc}. \end{aligned}$$

Trifft diese Bedingung zu, wird das Element zur Vergrößerung ausgewählt (falls es nicht schon zur Verfeinerung markiert wurde). Der Wert  $\beta_{tol}$  wird fest auf  $\beta_{tol} = 0.15$  gesetzt. Dieser Wert hat sich durch numerische Untersuchungen ergeben.

## 5 (Bi)Lineare Elemente

In diese Elementkatagorie fallen das MITC3- und das MITC4-Element. Hier sind einige Besonderheiten zu beachten. Da z.B. bei den bilinearen Elementen auch sogenannte *hanging nodes* auftreten können, muß hier eine Aushahmebehandlung erfolgen. Die verwendeten Korrektur-Projektoren für die *hanging nodes* arbeiten im (bi)linearen Fall leider nicht mit dem Reduktionsoperator  $R_h$  der MITC-Elemente zusammen. D.h. beim Auftreten dieser speziellen Knoten wird eine zu große Abweichung vom exakten Ergebniss berechnet. Dies „will“ natürlich der Fehlerindikator kompensieren, was zu einer zu starken Netzverfeinerung an unwichtigen Stellen führen kann. Deshalb wird bei (bi)linearen Elementen mit *hanging nodes*

$$\eta_{T,E}^{Vc} := 0$$

gesetzt. Die verbleibenden zwei Terme berücksichtigen die Singularitäten, Randschichten und auch die auftretenden Spannungen. Daß diese Terme ausreichend sind, kann anhand der Grafiken der adaptiven Schritten beobachtet werden. Die Details zu den Testbedingungen und Testbeispielen wurden im Teil I [1] ausführlich dargelegt. Hinzugekommen ist, daß jetzt eine Unterscheidung bezüglich der Dicke vorgenommen wird. Bei allen drei Beispiele werden einheitlich folgende Materialparameter genutzt :

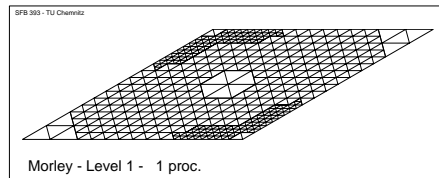
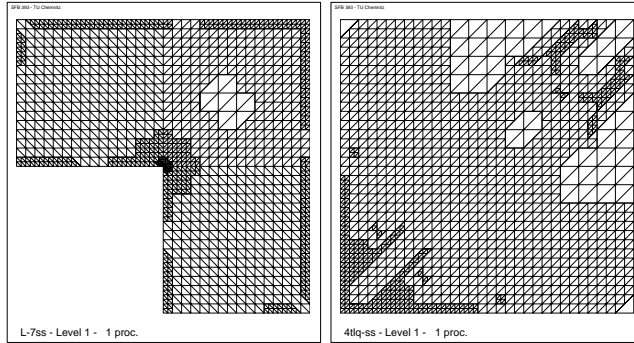
$$\begin{aligned} \text{Kraft} &= 1, \\ \text{Elastizitätszahl } E &= 10.92, \\ \text{Poisonzahl } \nu &= 0.3. \end{aligned}$$

Es wird eine sogenannte „dünne“ oder „dicke“ Platte gerechnet mit  $t = 0.2$  bzw.  $t = 2.0$ . Damit kann man Unterschiede bei der Erkennung und Bearbeitung der Randschichten feststellen. Bei „dickeren“ Platten sind die Randschichten schwächer ausgeprägt und dementsprechend leichter zu finden.

Die hiermit erhaltenen Ergebnisse der Netzsteuerung sind auf der Webseite <http://www.tu-chemnitz.de/~amey/MITC> zu betrachten. Im weiteren werden analog zu Teil I repräsentative Schritte dargestellt.

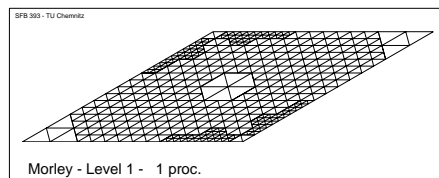
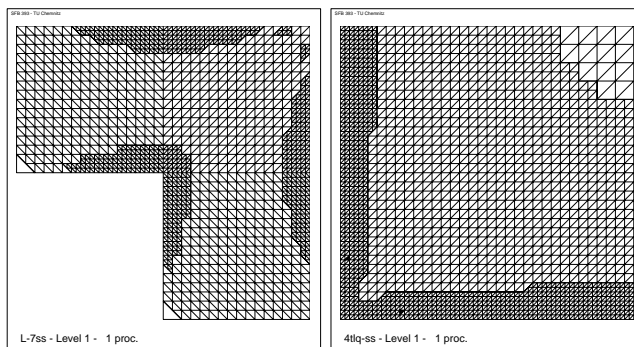
## 5.1 MITC3-Element

- „dünne“ Platte :



Schritt-Darstellung : [9,9,9].

- „dicke“ Platte :

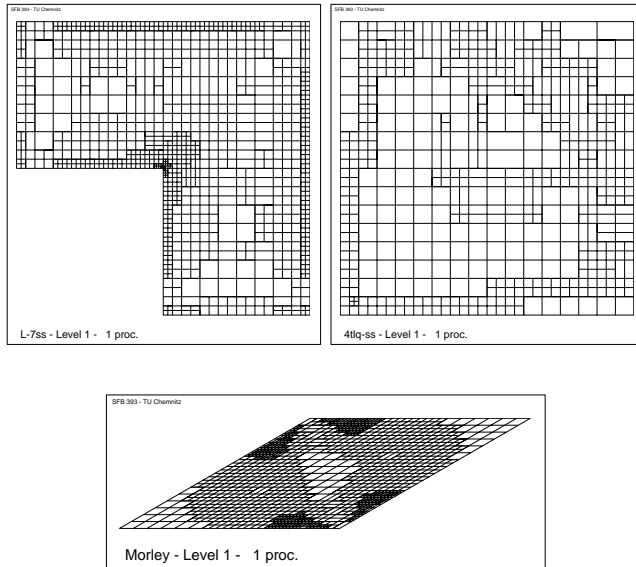


Schritt-Darstellung : [9,9,9].



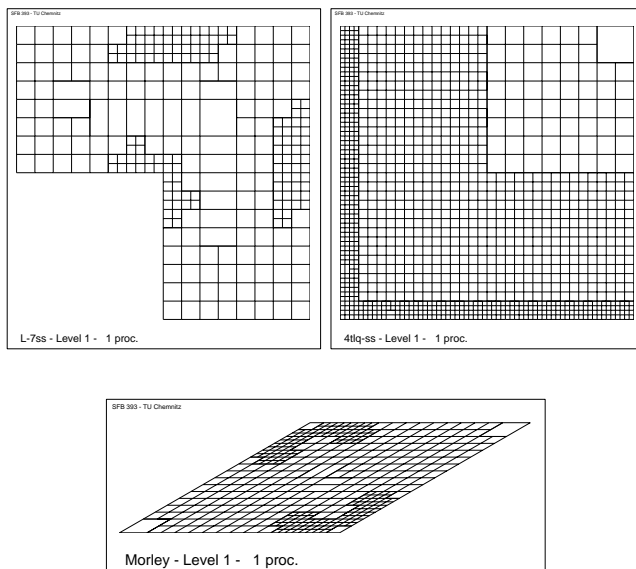
## 5.2 MITC4-Element

- „dünne“ Platte :



Schritt-Darstellung : [13,13,14].

- „dicke“ Platte :



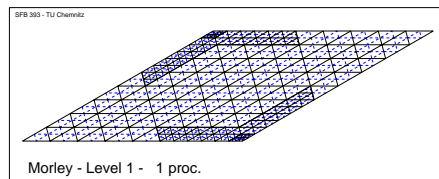
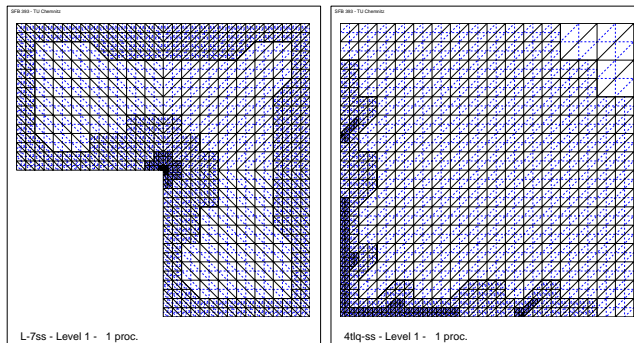
Schritt-Darstellung : [8,10,11].

## 6 (Bi)Quadratische Elemente

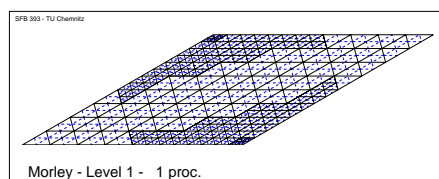
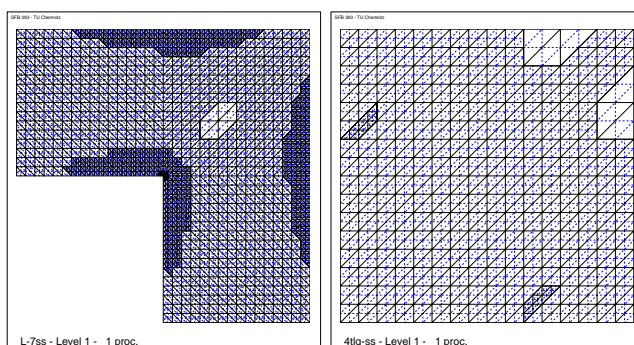
Zu dieser Elementkatagorie gehört das MITC7- und das MITC9-Element. Bei diesen Elementen gibt es oben erwähnte Schwierigkeiten bei der Benutzung von *hanging nodes* nicht. Deshalb werden alle drei Terme zu den Tests genutzt.

### 6.1 MITC7-Element

- „dünne“ Platte : Schritt-Darstellung : [9,9,6]

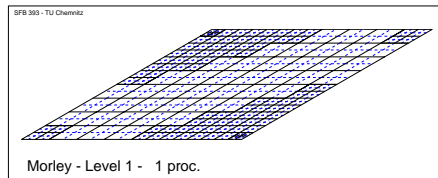
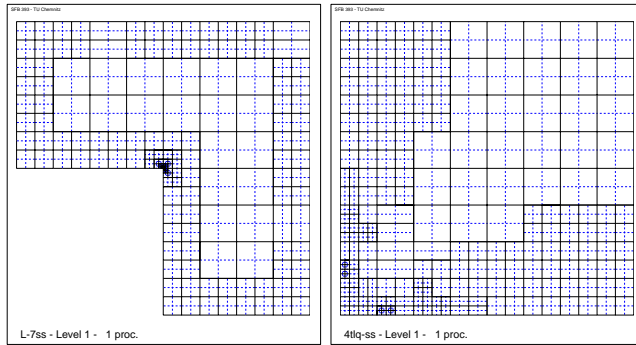


- „dicke“ Platte : Schritt-Darstellung : [9,6,6]



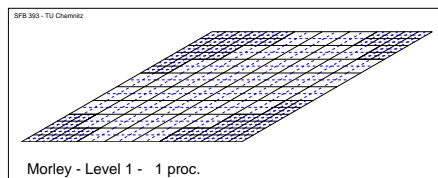
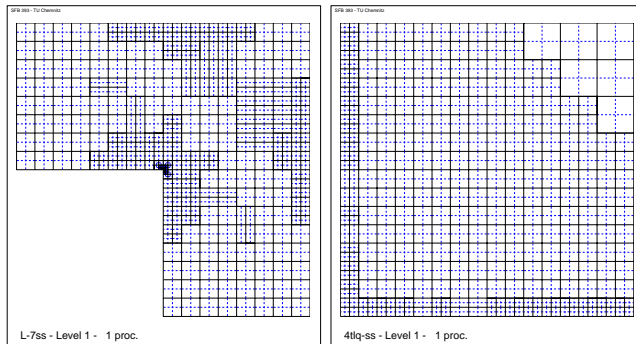
## 6.2 MITC9-Element

- „dünn“ Platte :



Schritt-Darstellung :  $[9,9,7]$ .

- „dicke“ Platte :



Schritt-Darstellung :  $[9,10,6]$ .

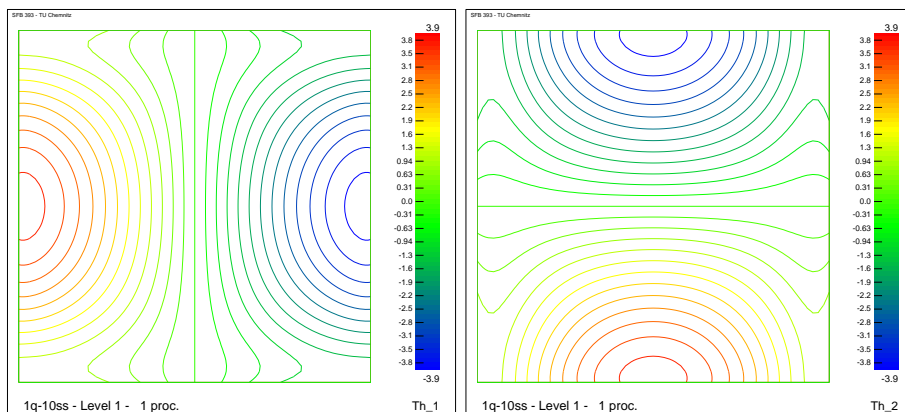
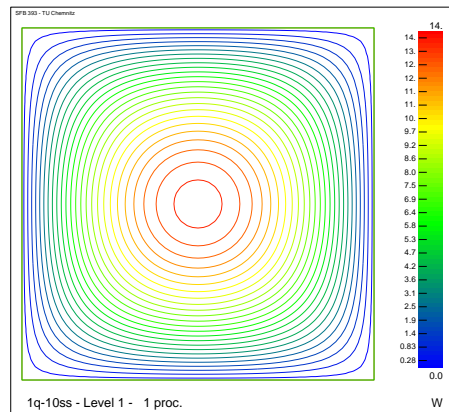
## 7 Beispiel Quadrat

Um zu dokumentieren, daß die Beschränkung auf das Viertelquadrat (mit besonderen Randbedingungen der Schnittlinie) keine Nachteile der Netzsteuerung bewirkt, wird noch das volle Quadrat hinzugefügt. Auf der o.g. Webseite wird dieses Beispiel auch mit den „alten“ Fehlerindikatoren berechnet und die einzelnen adaptiven Schritte dargestellt. Die berechneten Werte werden als Isolinien-Grafiken dargestellt.

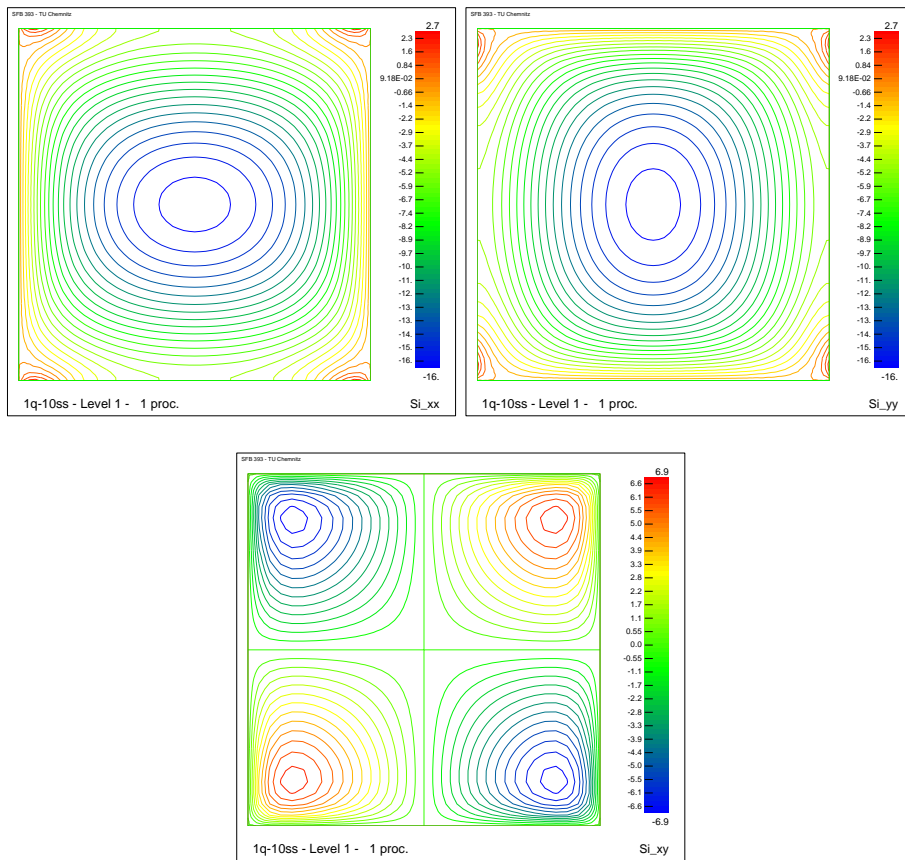
Es handelt sich um eine quadratische Platte mit folgenden Materialparameter

$$\begin{aligned} \text{Kraft} &= 1.0 \\ \text{Dicke } t &= 2 \\ \text{Elastizitätszahl } E &= 10.92 \\ \text{und die Poissonzahl } \nu &= 0.3. \end{aligned}$$

Dazu die entsprechenden Grafiken, also  $w, \theta_1, \theta_2$

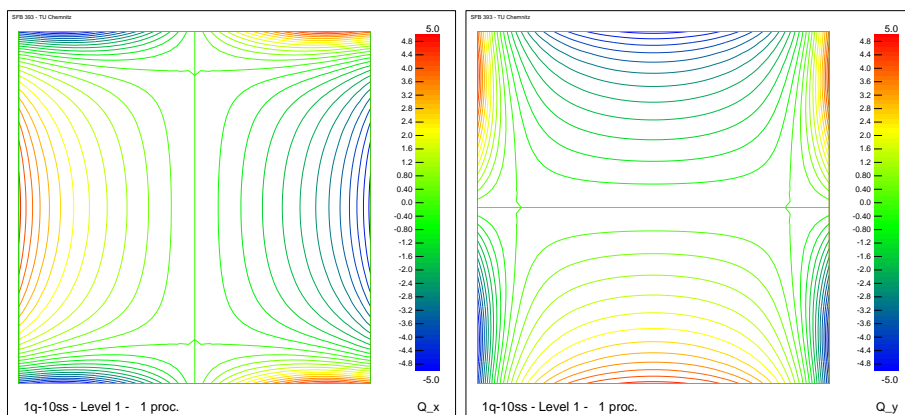


Der Spannungstensor  $\sigma$  mit  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  und  $\sigma_{xy}$  :



Als Letztes wird der Scherterm  $Q$  bezüglich der  $x$ - und  $y$ -Komponente dargestellt, d.h.

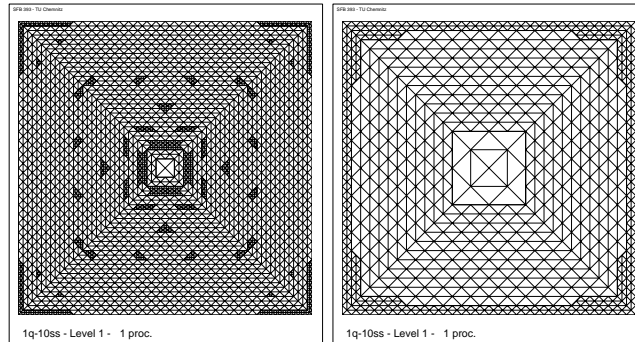
$$[Q_x \ Q_y]^T = \nabla w_h - R_h \theta_h, \text{ gemittelt als FE-Funktionen.}$$



## 7.1 MITC-Elemente

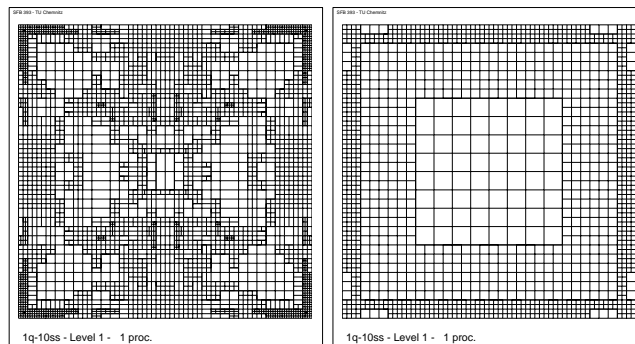
Es werden pro MITC-Element ein repräsentativer Schritt dargestellt. Alle anderen adaptiven Schritte sind auf der oben genannten Webseite hinterlegt. Zuerst die „dünne“ und dann die „dicke“ Platte.

### 7.1.1 MITC3-Element



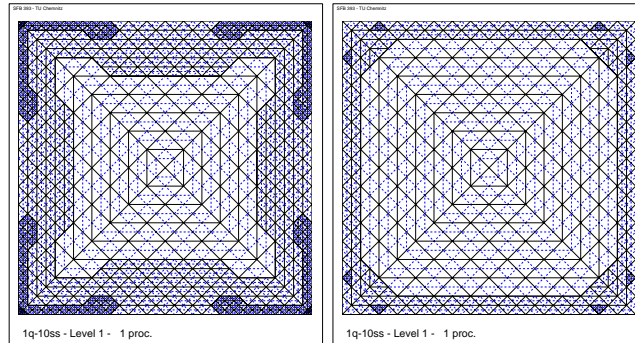
Schritt-Darstellung : [11,9].

### 7.1.2 MITC4-Element



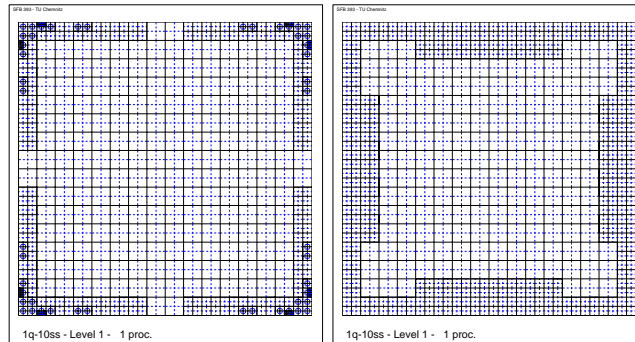
Schritt-Darstellung : [14,10].

### 7.1.3 MITC7-Element



Schritt-Darstellung : [9,6].

### 7.1.4 MITC9-Element



Schritt-Darstellung : [9,9].

Wie man unschwer erkennen kann, eignet sich dieser Fehlerindikator sehr gut zum Erkennen und Verarbeiten der Randschichten. Leider hat das MITC4-Element ein paar Schwierigkeiten bei „dünnen“ Platten die Randschichten rasch zu erkennen und zu verarbeiten. Hier sind leider mehrere adaptive Schritte nötig.

## 8 Zusammenfassung

Mit dieser Zusammenstellung der Terme vom Fehlerindikator I und II konnte eine Verbesserung erreicht werden. Einen weiteren positiven Effekt hat die verwendete Netzsteuerung mit der Kombination aus Verfeinerung bzw. Vergrößerung. Bei allen Beispielen (mit deutlich verschiedenen Eigenschaften) erzeugt der Fehlerindikator V stets wunschgemäß gute Netze. Er zeigt recht gut welche Terme für die Adaptivität ausschlaggebend sind. Eine wichtige oder entscheidende Verbesserung konnte auch bei den (bi)linearen Elementen verzeichnet werden. Wobei das MITC4-Element leider noch nicht optimal schnell gesteuert werden kann. Gegenüber der Fehlerindikatoren aus dem Teil I ist dieser Fehlerindikator V optimal.

Eine weitere Betrachtungsweise oder Verbesserung dieser Art von Residuenschätzer ist nicht zu erwarten. Für zukünftige Untersuchungen sollten vielleicht andere Denkansätze genutzt werden.

## Literatur

- [1] A.Meyer, P.Nestler : *Vergleich der Fehlerindikatoren in Bezug auf die Netzsteuerung Teil I*, Berichtsreihe des SFB393 05-09, Juni 2005.
- [2] A.Meyer, P.Nestler : *Mindlin-Reissner-Platte : Einige Elemente, Fehler-schätzer und Ergebnisse*, Berichtsreihe des SFB393 05-04, April 2005.
- [3] P.Nestler : *Diplom-Arbeit : Plattenberechnung nach der Mindlin-Reissner-Theorie*, Technische Universität, Chemnitz, 2004
- [4] C.K.Lee, R.E.Hobbs : *Automatic Adaptive Refinement For Platte Bending Problems Using Reissner-Mindlin Plate Bending Elements*, Int. J. for Num. Meth in Eng., Vol. 41, 1-63, 1998.



Other titles in the SFB393 series:

- 03-01 E. Creusé, G. Kunert, S. Nicaise. A posteriori error estimation for the Stokes problem: Anisotropic and isotropic discretizations. January 2003.
- 03-02 S. I. Solov'ëv. Existence of the guided modes of an optical fiber. January 2003.
- 03-03 S. Beuchler. Wavelet preconditioners for the p-version of the FEM. February 2003.
- 03-04 S. Beuchler. Fast solvers for degenerated problems. February 2003.
- 03-05 A. Meyer. Stable calculation of the Jacobians for curved triangles. February 2003.
- 03-06 S. I. Solov'ëv. Eigenvibrations of a plate with elastically attached load. February 2003.
- 03-07 H. Harbrecht, R. Schneider. Wavelet based fast solution of boundary integral equations. February 2003.
- 03-08 S. I. Solov'ëv. Preconditioned iterative methods for monotone nonlinear eigenvalue problems. March 2003.
- 03-09 Th. Apel, N. Düvelmeyer. Transformation of hexahedral finite element meshes into tetrahedral meshes according to quality criteria. May 2003.
- 03-10 H. Harbrecht, R. Schneider. Biorthogonal wavelet bases for the boundary element method. April 2003.
- 03-11 T. Zhanlav. Some choices of moments of refinable function and applications. June 2003.
- 03-12 S. Beuchler. A Dirichlet-Dirichlet DD-pre-conditioner for p-FEM. June 2003.
- 03-13 Th. Apel, C. Pester. Clément-type interpolation on spherical domains - interpolation error estimates and application to a posteriori error estimation. July 2003.
- 03-14 S. Beuchler. Multi-level solver for degenerated problems with applications to p-version of the fem. (*Dissertation*) July 2003.
- 03-15 Th. Apel, S. Nicaise. The inf-sup condition for the Bernardi-Fortin-Raugel element on anisotropic meshes. September 2003.
- 03-16 G. Kunert, Z. Mghazli, S. Nicaise. A posteriori error estimation for a finite volume discretization on anisotropic meshes. September 2003.
- 03-17 B. Heinrich, K. Pönitz. Nitsche type mortaring for singularly perturbed reaction-diffusion problems. October 2003.
- 03-18 S. I. Solov'ëv. Vibrations of plates with masses. November 2003.
- 03-19 S. I. Solov'ëv. Preconditioned iterative methods for a class of nonlinear eigenvalue problems. November 2003.
- 03-20 M. Randrianarivony, G. Brunnett, R. Schneider. Tessellation and parametrization of trimmed surfaces. December 2003.

- 04-01 A. Meyer, F. Rabold, M. Scherzer. Efficient Finite Element Simulation of Crack Propagation. February 2004.
- 04-02 S. Grosman. The robustness of the hierarchical a posteriori error estimator for reaction-diffusion equation on anisotropic meshes. March 2004.
- 04-03 A. Bucher, A. Meyer, U.-J. Görke, R. Kreißig. Entwicklung von adaptiven Algorithmen für nichtlineare FEM. April 2004.
- 04-04 A. Meyer, R. Unger. Projection methods for contact problems in elasticity. April 2004.
- 04-05 T. Eibner, J. M. Melenk. A local error analysis of the boundary concentrated FEM. May 2004.
- 04-06 H. Harbrecht, U. Kähler, R. Schneider. Wavelet Galerkin BEM on unstructured meshes. May 2004.
- 04-07 M. Randrianarivony, G. Brunnett. Necessary and sufficient conditions for the regularity of a planar Coons map. May 2004.
- 04-08 P. Benner, E. S. Quintana-Ortí, G. Quintana-Ortí. Solving Linear Matrix Equations via Rational Iterative Schemes. October 2004.
- 04-09 C. Pester. Hamiltonian eigenvalue symmetry for quadratic operator eigenvalue problems. October 2004.
- 04-10 T. Eibner, J. M. Melenk. An adaptive strategy for hp-FEM based on testing for analyticity. November 2004.
- 04-11 B. Heinrich, B. Jung. The Fourier-finite-element method with Nitsche-mortaring. November 2004.
- 04-12 A. Meyer, C. Pester. The Laplace and the linear elasticity problems near polyhedral corners and associated eigenvalue problems. December 2004.
- 04-13 M. Jung, T. D. Todorov. On the Convergence Factor in Multilevel Methods for Solving 3D Elasticity Problems. December 2004.

- 05-01 C. Pester. A residual a posteriori error estimator for the eigenvalue problem for the Laplace-Beltrami operator. January 2005.
- 05-02 J. Badía, P. Benner, R. Mayo, E. Quintana-Ortí, G. Quintana-Ortí, J. Saak. Parallel Order Reduction via Balanced Truncation for Optimal Cooling of Steel Profiles. February 2005.
- 05-03 C. Pester. CoCoS – Computation of Corner Singularities. April 2005.
- 05-04 A. Meyer, P. Nestler. Mindlin-Reissner-Platte: Einige Elemente, Fehlerschätzer und Ergebnisse. April 2005.
- 05-05 P. Benner, J. Saak. Linear-Quadratic Regulator Design for Optimal Cooling of Steel Profiles. April 2005.
- 05-06 A. Meyer. A New Efficient Preconditioner for Crack Growth Problems. April 2005.
- 05-07 A. Meyer, P. Steinhorst. Überlegungen zur Parameterwahl im Bramble-Pasciak-CG für gemischte FEM. April 2005.
- 05-08 T. Eibner, J. M. Melenk. Fast algorithms for setting up the stiffness matrix in hp-FEM: a comparison. June 2005.
- 05-09 A. Meyer, P. Nestler. Mindlin-Reissner-Platte: Vergleich der Fehlerindikatoren in Bezug auf die Netzsteuerung Teil I. June 2005.

The complete list of current and former preprints is available via  
<http://www.tu-chemnitz.de/sfb393/preprints.html>.