

## 8. Übung: Ordnungsrelationen

1. Sind folgende Relationen Ordnungsrelationen?

(a)  $X = \{1, 2, 3\}$

i)  $R = \{(1, 1), (3, 3), (1, 2)\}$

ii)  $R = \{(1, 1), (2, 2), (1, 2), (3, 3), (2, 1)\}$

iii)  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 1)\}$

iv)  $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 2), (3, 3), (2, 1), (3, 1)\}$

(b)  $X = \mathbb{N}$

i)  $m \prec n \iff m|n$

ii)  $m \prec n \iff |m - 10| \leq |n - 10|$

(c)  $X = \mathbb{R}^2$

i)  $R = \{(P_1, P_2) \in X^2 : x_1 \leq x_2 \wedge y_1 \leq y_2\}$

ii)  $R = \{(P_1, P_2) \in X^2 : x_1 + y_1 \leq x_2 + y_2\}$

2.  $R_1$  und  $R_2$  seien Ordnungsrelationen über  $X$ .

Sind  $R_1 \cup R_2$  und  $R_1 \cap R_2$  wieder Ordnungsrelationen?

3. Sei  $X = \mathbb{N}$ . Es gelte  $m \prec n \iff m$  teilt  $n$ , sowie  $T = \{a, b\} \subset X$ .

Geben Sie das kleinste, größte, minimale, maximale Element von  $X$  sowie die Schranken von  $T$  an.

4. Sei  $X = \mathbb{N}_{10} = \{1, 2, \dots, 10\}$ . Es gelte  $m \prec n \iff m/n = 2^k$ ,  $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ .

Geben Sie alle Ketten der Ordnungsrelation und die Schranken für  $\mathbb{N}_{10}$  in  $\mathbb{N}$  an.

5. Sei  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Geben Sie die extremalen Elemente für folgende Ordnungsrelationen an.

(a)  $R = \{(a, b) : b = k \cdot a, k \in \mathbb{N}\}$

(b)  $R = \{(k, k) : k = 1, \dots, 5\} \cup \{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 4), (3, 4)\}$

6.  $X = \{P(x, y) : x, y \in \{0, 1, 2\}\}$ ,  $R = \{(P_1, P_2) \in X^2 : x_1 \leq x_2 \wedge y_1 \leq y_2\}$ ,  
 $T = \{P(x, y) \in X : 3x + y \leq 3\}$ .

Geben Sie die extremalen Elemente von  $T$  an.