

3. Übung: Mehrfachintegrale II

1. Berechnen Sie das Volumen der Körper, die von folgenden Flächen begrenzt werden:

(a) $z = 6 - x^2 - y^2$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$,

(b) $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$, $z = x + 2$ und

(c) $az = x^2 + y^2$, $2az = a^2 - x^2 - y^2$, $a > 0$.

2. Bestimmen Sie die Masse der Hohlkugel, die durch

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \quad \text{und} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$$

eingeschlossen wird, wenn die Dichte in jedem Punkt umgekehrt proportional dem Abstand des Punktes vom Koordinatenursprung ist.

3. Gesucht ist die Ladung einer Achtelkugel im 1. Oktanten mit der Ladungsdichte $\rho(x, y, z) = z$.

4. Bestimmen Sie die Masse eines Körpers, der durch die Flächen

$$z^2 = x^2 + y^2, \quad z = h, \quad h > 0$$

begrenzt wird, wenn die Dichte in jedem Punkt gleich seinem Abstand von der xy -Ebene ist.

5. Berechnen Sie die Masse des Zylinders, der durch Rotation eines Rechtecks der Breite $b = 2$ und der Höhe $h = 1$ im Abstand 1 von der xy -Ebene entsteht, wenn seine Dichte in jedem Punkt gleich dem Quadrat seines Abstandes vom Ursprung ist.

6. Bestimmen Sie den Schwerpunkt eines homogenen Körpers, der durch die Flächen

$$z + x + y = a, \quad z = 0, \quad x = 0, \quad y = 0$$

begrenzt wird.