

Einführung in die Numerik – Aufgabenblatt 0.

Problem 1

Sei $x \in \mathbb{R}$ and $n \in \mathbb{N}$. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie!

- a) $x^3 \in \mathcal{O}(x^2)$ für $x \rightarrow \infty$,
- b) $x^3 \in \mathcal{O}(x^2)$ für $x \rightarrow 0$,
- c) $x^3 \in \mathcal{O}(x^2)$ für $x \rightarrow 1$,
- d) $\log(\sqrt{n}) \in o(\log(n))$ für $n \rightarrow \infty$,
- e) $\frac{n^2}{2} - \binom{n}{2} \in o(n^2)$ für $n \rightarrow \infty$
- f) Für alle $\varepsilon > 0$ und für alle $k \in \mathbb{N}$: $(\ln n)^k \in o(n^\varepsilon)$ für $n \rightarrow \infty$.

Problem 2

Zeigen Sie, dass die induzierten Matrixnormen der Vektornormen $\|\cdot\|_\infty$ und $\|\cdot\|_1$ gegeben sind durch

- $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{k=1}^n |a_{jk}|$ (Zeilensummennorm),
- $\|A\|_1 = \max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{jk}|$ (Spaltensummennorm).

Problem 3

Zeigen Sie, dass für eine Hermitesche Matrix A gilt, dass

$$\|A\|_2 = \max \{|\lambda| : \lambda \text{ Eigenwert von } A\}.$$

Problem 4

Berechnen Sie für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1.2969 & 0.8648 \\ 0.2161 & 0.1441 \end{pmatrix}$$

ausnahmsweise explizit die Inverse. Bestimmen Sie dann $\|A\|_2$, $\|A^{-1}\|_2$ und die Konditionszahl $\kappa(A)$.