

Übung Elementarmathematik im Wintersemester 2019/20

1. Übungsblatt

Umformung von Termen

1. Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{48ax}{49by} \cdot \frac{63ay}{32bx}, & \text{b) } \frac{4}{15}xy \cdot \frac{25x}{28y}, & \text{c) } \frac{45ac}{56bd} : \frac{81ad}{49bc}, \\ \text{d) } \frac{99ac}{35b} : \left(\frac{11}{14}ab\right), & \text{e) } \frac{a^3 - b^3}{a - b}, & \text{f) } \frac{3x - 8}{21} - \frac{x + 2}{7} - \frac{x}{3}. \end{array}$$

2. Zerlegen Sie folgende Terme in Faktoren:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3ax - 6ay - 15bx + 30by, & \text{b) } 8ax + 12bx - 10ay - 15by, \\ \text{c) } 2ax + 3bx - 2ay - 3by + 4az + 6bz, & \text{d) } 18r^2 - 45rs^2 + 14rs - 35s^3. \end{array}$$

3. Vereinfachen Sie

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{2c - 5b}{6ab - 10b^2} - \frac{5(2c - 3a)}{18a^2 - 30ab}, & \text{b) } \frac{a}{a^2 - 2ab + b^2} - \frac{a}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a + b}, \\ \text{c) } \frac{a + 1}{a^2 - a} - \frac{a - 1}{a^2 + a} + \frac{1}{a} - \frac{4}{a^2 - 1}, & \text{d) } \frac{x^2 + y^2}{xy} - \frac{x^2}{xy + y^2} - \frac{y^2}{x^2 + xy}. \end{array}$$

4. Beseitigen Sie die Doppelbrüche

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{\frac{3}{x} - \frac{5}{y}}{\frac{5}{x} - \frac{3}{y}}, & \text{b) } \frac{\frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2}}, & \text{c) } \frac{\frac{a+1}{a-1} - 1}{\frac{a+1}{a-1} + 1}, & \text{d) } \frac{1}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2}}. \end{array}$$

5. Führen Sie eine Polynomdivision durch

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (x^3 - 2xy^2 + y^3) : (x - y), & \text{b) } (9a^3 - 6a^2b - 2ab^2 + 4b^3) : (3a + 2b), \\ \text{c) } (9x^3 + 2y^3 - 7xy^2) : (3x - 2y), & \text{d) } (25x^4 + a^2x^2 + 25a^4) : (5x^2 + 7ax + 5a^2). \end{array}$$

6. Stellen Sie folgende Formeln nach jeder der darin vorkommenden Variablen um:

$$\begin{aligned} \text{a) } a(1 - b^2) &= c + 2ac, & \text{b) } \frac{1 - n}{1 + n} &= \frac{r + 1}{s}, \\ \text{c) } \frac{2m + 3(m + n)}{2m + n} &= \frac{1}{p + 1}, & \text{d) } ab - F &= \frac{qa}{q - 1}. \end{aligned}$$

7. Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x und führen Sie die Probe durch:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{4}{x - 5} + \frac{1}{x - 3} - \frac{1}{x - 7} &= \frac{4}{x - 4}, & \text{b) } \frac{x + 7}{x + 1} + \frac{x + 9}{x + 2} &= \frac{4(x + 8)}{2x + 3}, \\ \text{c) } a(2x - c) - ab &= c(2x - a) + ab, & \text{d) } (a - 2b)(b + x) &= 6b^2 + a(2a - 7b). \end{aligned}$$

Proportionen

1. Aus 4 kg Garn kann man 3 m^2 Tuch weben. Wieviel m^2 Tuch kann man aus 22 kg Garn herstellen?
2. Auf einer Baustelle haben 12 Arbeiter 16 Tage zu tun. Wie lange würden 16 Arbeiter benötigen?
3. Bei einer Inventur nahmen 6 Verkäuferinnen in 8 Stunden 5.600 Artikel auf. Wie lange würden 9 Verkäuferinnen in einer gleichartigen Abteilung für die Aufnahme von 7.350 Artikeln brauchen?
4. Bei täglich 8-stündiger Brennzeit benötigen 24 Lampen in 10 Tagen 192 kWh. Wieviel kWh verbrauchen 16 Lampen in 30 Tagen bei einer täglichen Brennzeit von 6 Stunden?

Prozentrechnung

1. Ein Lieferant gewährt bei Barzahlung einen sofortigen Preisnachlass von 2,5 %. Wie hoch ist der Betrag, den wir bei einem Rechnungsbetrag von 8.000,00 € zahlen müssen?
2. Ein Artikel wird für 550,00 € eingekauft und mit 770,00 € ausgezeichnet. Wieviel % beträgt der Aufschlag?
3. Für eine Ware, auf die 8 % Rabatt gewährt wurde, zahlt man 460,00 €. Wie teuer war sie ursprünglich.

Summenzeichen

1. Schreiben Sie die Summen ausführlich auf:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sum_{j=5}^{27} b_j, & \quad \text{b) } \sum_{i=1}^3 a_i b_i, & \quad \text{c) } \sum_{i=1}^3 a_i \sum_{j=1}^3 b_{ij}, \\ \text{d) } \sum_{k=n}^m a_k^k, & \quad \text{e) } \sum_{i=1}^N i, & \quad \text{f) } 1 + \sum_{n=0}^5 2^n. \end{aligned}$$

2. Fassen Sie mit Hilfe von Summenzeichen zusammen:

$$\begin{aligned} \text{a) } a_0 b_0^2 + a_2 b_2^2 + \dots + a_{2n} b_{2n}^2, & \quad \text{b) } 5x_1 x_2 + 5x_2 x_3 + \dots + 5x_n x_{n+1}, \\ \text{c) } a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{im} x_m, & \quad \text{d) } a_1^2 + a_2^4 + a_3^8 + a_4^{16} + a_5^{32}. \end{aligned}$$