Übungen zur Linearen Algebra

1. Gegeben sei die Matrx $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

   (a) Bestimmen Sie die Jordansche Normalform J von A!

   (b) Bestimmen Sie das Minimalpolynom von A!

   (c) Bestimmen Sie die Haupträume von A!

   (d) Bestimmen Sie die Transformationsmatrix T mit $J = T^{-1}AT$

2. Sei $V = \mathbb{R}[x]_2$ und auf V durch

$$\begin{aligned} s :& V \times V \to \mathbb{R}, \\ (p,q) \mapsto & s(p,q) = \sum_{i=-2}^{2} p(i)q(i) \end{aligned}$$

   eine Abbildung gegeben.

   (a) Weisen Sie nach, dass diese Abbildung eine symmetrische Bilinearform ist!

   (b) Bestimmen Sie die darstellende Matrix A von s bezüglich der Standardbasis Basis $\{x^2, x, 1\}$!

   (c) Orthogonalisieren Sie A gemäß Korollar 9.48 mit dem in der Vorlesung danach angegebenen Verfahren und schlussfolgern Sie, dass s ein Skalarprodukt definiert!

   (d) Bestimmen Sie vermöge der so gefundenen Transformationsmatrix die zugehörige Orthonormalbasis!

   (e) Bestimmen Sie aus der Standardbasis mittels des Orthonormalisierungsverfahrens von Gram-Schmid eine Orthonormalbasis bzgl. dieses Skalarprodukts!

   (f) Welche Möglichkeit gibt es noch, eine Orthonormalbasis bzgl. dieses Skalarproduktes zu finden? Führen Sie diese Variante im Unterraum $U = Re[x]_1$ von V bzgl. der Darstellungsmatrix von S eingeschränkt auf U aus! Welches Problem macht diese Variante?

3. Erläutern Sie die Begriffe

   - positiv definit
   - Signatur einer Matrix
   - Bilinearform
   - Tensorprodukt

   und geben Sie Beispiele

Bei jeglichen Fragen zur Vorlesung (Stoff, Übungen, Organisatorisches, etc.) können Sie uns jederzeit per E-Mail unter

{christian.sevenheck, fgoering}@mathematik.tu-chemnitz.de

erreichen. Nach Terminvereinbarung sind wir natürlich auch persönlich zu sprechen.

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Hausaufgaben- und Übungsblätter, etc.) sind unter

`https://www.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/LinAlg2-SS17/linalg2.php`

zu finden.