Lineare Algebra I | **TU Chemnitz, Fakultät für Mathematik**
Wintersemester 2019/2020 | Christian Sevenheck, Thomas Jahn
Ausgabe: 21.01.2020

Übung 13

A13.1. Show that the determinant of a Vandermonde matrix is

$$\det\begin{pmatrix}1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \dots & \alpha_1^{n-1}\\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 & \dots & \alpha_2^{n-1}\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\ 1 & \alpha_n & \alpha_n^2 & \dots & \alpha_n^{n-1}\end{pmatrix} = \prod_{1\le i<j\le n}(\alpha_j-\alpha_i).$$

(Hint: Use induction over n.)

A13.2. Bestimmen Sie die Determinante folgender Matrizen:

(a) $\begin{pmatrix}0 & 2 & 3 & 4 & 5\\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4\\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3\\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, (b) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\\ -2 & 3\\ 1 & 1\end{pmatrix}\cdot{}^t\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 2 & 3\\ 1 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, (c) ${}^t\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\\ -2 & 3\\ 1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 2 & 3\\ 1 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

A13.3. Berechnen Sie die Determinante folgender reeller $n\times n$-Matrizen:

(a) $\begin{pmatrix}x & y & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & x & y & \cdots & 0 & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & y\\ y & 0 & 0 & \cdots & \cdots & x\end{pmatrix}$, (b) $\begin{pmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \alpha\\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & \ddots & & \vdots & \\ \vdots & & & 1 & 0 & 0\\ 0 & & \cdots & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$,

(c) $\begin{pmatrix}-2 & 1 & & & & 0\\ 1 & -2 & 1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & \ddots & 1\\ 0 & & & & 1 & -2\end{pmatrix}$, (d) $\begin{pmatrix}1\\ 1\\ \vdots\\ 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\end{pmatrix}$,

(e) $\begin{pmatrix}1+a_1 & 1 & \dots & 1\\ 1 & \ddots & & \vdots\\ \vdots & & \ddots & 1\\ 1 & \dots & 1 & 1+a_n\end{pmatrix}$.

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Aufgabenblätter, etc.) sind unter

`https://www.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/LinAlg1-WS1920/linalg1.php`

zu finden.