TU Chemnitz, Fakultät für Mathematik
Christian Sevenheck, Thomas Jahn

Übung 10

A10.1. Berechnen Sie alle möglichen Produkte M_iM_j der folgenden Matrizen:

$$M_1 := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & -1 & -1 \\ 1 & 4 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad M_3 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$M_2 := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \qquad M_4 := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

A10.2. Eine lineare Abbildung $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ habe die Matrixdarstellung

$$M_{\mathcal{B}_2}^{\mathcal{B}_1}(A) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

wobei $\mathcal{B}_1$, $\mathcal{B}_2$ folgende Basen des $\mathbb{R}^3$ bzw. $\mathbb{R}^2$ bezeichnen:

$$\mathcal{B}_1 = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right), \quad \mathcal{B}_2 = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

Wie sieht die Matrixdarstellung von A bezüglich der kanonischen Basen $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ des $\mathbb{R}^3$, $\mathbb{R}^2$ aus?

A10.3. Im $\mathbb{R}[t]_{\leq 2}$ seien die Basen $\mathcal{B}_1 = (1, t, t^2)$, $\mathcal{B}_2 = (2 + t - t^2, 2 - t + 2t^2, 3 + t^2)$ gegeben.

(a) Bestimmen Sie die Basistransformationsmatrizen $T_{\mathcal{B}_2}^{\mathcal{B}_1}$ und $T_{\mathcal{B}_1}^{\mathcal{B}_2}$!
(b) Geben Sie die Koordinaten des Polynoms $p(t) = 1 + t + t^2$ in beiden Basen an.

A10.4. Geben Sie unter Zuhilfenahme von Basistransformationsmatrizen für den Differentialoperator $D : \mathbb{R}[t]_{\leq 2} \to \mathbb{R}[t]_{\leq 2}$ die Matrixdarstellung $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(D)$ an, wobei $\mathcal{B} = ((t-1)^2, t^2, (t+1)^2)$ eine Basis des $\mathbb{R}[t]_{\leq 2}$ bezeichnet.

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Aufgabenblätter, etc.) sind unter

`https://www.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/LinAlg1-WS1920/linalg1.php`

zu finden.