Lineare Algebra I
Wintersemester 2019/2020
Ausgabe: 03.12.2019

TU Chemnitz, Fakultät für Mathematik
Christian Sevenheck, Thomas Jahn

Übung 8

A8.1. Für eine Teilmenge S eines K-Vektorraums V schreiben wir $\mathrm{Span}_K(S)$ für die Menge aller endlichen Linearkombinationen von Elementen aus S. (Das trägt der Tatsache Rechnung, dass es bei erzeugten Untervektorräumen nicht auf die Reihenfolge der Erzeuger ankommt.) Dann ist $\mathrm{Span}_K(S)$ auch der bezüglich der Mengeninklusion kleinste Untervektorraum von V, der S enthält. Für folgende Teilmengen $S \subset \mathbb{R}^3$ gebe man die lineare Hülle $\mathrm{Span}_{\mathbb{R}}(S)$ sowie deren Dimension an:

(a) $S = \{(1, 1, 1)\}$,

(b) $S = \{(1, 2, 0), (2, 1, 0)\}$,

(c) $S = \{(x, y, 0) \mid x, y \in \mathbb{R}, x + y = 1\}$.

A8.2. Ist das Vektorsystem $((1, 1, 1, 1), (0, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 1, 1, 1))$ eine Basis im $\mathbb{R}^4$? Wenn ja, welchen dieser Vektoren kann man gegen den Vektor $(1, 0, 0, 0)$ austauschen, sodass wieder eine Basis entsteht?

A8.3. Welche Dimension hat der Unterraum $P = \{p \in \mathbb{R}[t]_{\leq n} \mid p(0) = p(1) = 0\}$ von $\mathbb{R}[t]_{\leq n}$ $(n > 2)$?

A8.4. Man finde jeweils eine Basis der Unterräume

(a) $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$ von $\mathbb{R}^3$,
(b) $U = \{p \in \mathbb{R}[t]_{\leq 2} \mid p(1) = 0\}$ von $\mathbb{R}[t]_{\leq 2}$.

A8.5. Man bestimme alle $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass

(a) $((1 + \alpha, 2), (1, 2 + \alpha))$ eine Basis in $\mathbb{R}^2$ ist,
(b) $((\alpha^2, 4, 9), (\alpha, 2, 3), (1, 1, 1))$ eine Basis im $\mathbb{R}^3$ ist.

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Aufgabenblätter, etc.) sind unter

`https://www.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/LinAlg1-WS1920/linalg1.php`

zu finden.