**Lineare Algebra I**
Wintersemester 2019/2020
Ausgabe: 26.11.2019

**TU Chemnitz, Fakultät für Mathematik**
Christian Sevenheck, Thomas Jahn

# Übung 7

**A7.1.** Ist $\mathbb{R}^2$ bezüglich der Operationen $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) := (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ und $\lambda(x, y) := (\lambda x, y)$ ein $\mathbb{R}$-Vektorraum über $\mathbb{R}$?

**A7.2.** Sei $\mathbb{C}[t]$ der $\mathbb{C}$-Vektorraum aller Polynome mit komplexen Koeffizienten. Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume von $\mathbb{C}[t]$?

(a) $\{p \in \mathbb{C}[t] \mid p(0) = 0\}$, (b) $\{p \in \mathbb{C}[t] \mid p(0) = 1\}$, (c) $\{p \in \mathbb{C}[t] \mid 2p(0) - 3p(1) = 0\}$.

**A7.3.** (a) Man zeige, dass die Elemente $a = (2, 1, 0)$ und $b = (1, 2, 0)$ eine linear unabhängige Familie $(a, b)$ im $\mathbb{R}^3$ bilden.
(b) Man ergänze $(a, b)$ zu einer Basis des $\mathbb{R}^3$.
(c) Man bestimme alle $c \in \mathbb{R}^3$ mit der Eigenschaft, dass $(a, b, c)$ eine Basis des $\mathbb{R}^3$ ist.

**A7.4.** Es sei $(a_1, a_2, a_3)$ Basis eines linearen Vektorraums $V$. Ist dann auch $(a_1+a_2, a_1+a_3, a_2+a_3)$ Basis von $V$?

**A7.5.** Man überprüfe, ob folgende Familien von Elementen aus $\mathrm{Abb}([0, 1], \mathbb{R})$ linear unabhängig sind:

(a) $(1, \mathrm{e}^x, \mathrm{e}^{2x})$,
(b) $(1, \cos(x), \cos(2x), \cos(x)^2)$,
(c) $(1, \sin(x), \cos(x))$,
(d) $(\sin(x), \sin(2x))$.

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Aufgabenblätter, etc.) sind unter

`https://www.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/LinAlg1-WS1920/linalg1.php`

zu finden.