

Hausaufgaben zur Linearen Algebra

1. (6 Punkte)

(a) Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rccccrcr} 2x_0 & + & 3x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & = & 3 \\ 2x_0 & + & 8x_1 & + & 5x_2 & + & x_3 & = & 37 \\ 4x_0 & + & 4x_1 & + & x_2 & & & = & 15 \\ 3x_0 & + & 7x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & = & 30 \end{array}$$

(b) Bestimmen Sie sämtliche Lösungen für alle $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rccccrcr} x & + & 2y & + & 3z & = & 2 \\ 4x & + & \lambda y & + & 6z & = & 5 \\ 7x & + & 8y & + & 9z & = & 8 \end{array}$$

(c) Das Leben von *Diophant*: Der Legende nach dauerte die Kindheit Diophants ein Sechstel seines Lebens, ein Zwölftel seines Lebens später wuchs ihm der Bart, ein weiteres Siebtel später heiratete er und wurde fünf Jahre danach Vater. Sein Sohn lebte halb so lange wie er und Diophant starb 4 Jahre nach seinem Sohn. Wie alt wurde Diophant?

2. (6 Punkte)

(a) Welche der beiden Symbole \in und \subseteq passen jeweils zwischen die beiden Ausdrücke?

$$\begin{array}{lll} (a) \emptyset & \{0\} & (b) \emptyset & \{\emptyset\} & (c) \{\emptyset\} & \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \\ (d) 1 & \{1\} & (e) \{1\} & \{1, 2, 3\} & (f) \{1\} & \mathcal{P}(\{1\}) \end{array}$$

(b) Zeigen Sie für zwei Mengen A und B die folgende Äquivalenz:

$$A = B \Leftrightarrow A \cup B = A \cap B$$

3. (8 Punkte)

(a) Wir betrachten eine beliebige Menge M . Dann heißt für eine Teilmenge $A \subset M$ die Menge

$$\complement_M A := \{x \in M \mid x \notin A\}$$

das Komplement von A in M . Zeigen Sie, dass für $A, B \subset M$ gilt:

i. $\complement_M(A \cap B) = \complement_M A \cup \complement_M B$

ii. $\complement_M(A \cup B) = \complement_M A \cap \complement_M B$

(b) Für zwei Mengen A und B definieren wir

$$A \Delta B := (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

Beweisen Sie:

i. $A \Delta B = B \Delta A$

ii. $A \Delta A = \emptyset$

iii. $A \Delta \emptyset = A$

iv. $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$

Hinweise

Begleitend zur Vorlesung wird es jede Woche ein Übungsblatt sowie ein Hausaufgabenblatt geben. Das Übungsblatt sollen Sie unter Anleitung in der Übung lösen, das Hausaufgabenblatt soll bis zur nächsten Woche selbstständig bearbeitet werden. Natürlich können und sollen Sie sich dabei mit Ihren Kommilitonen austauschen. Die Bearbeitung der Hausaufgaben und der Übungen ist integraler Bestandteil der Vorlesung und zum Bestehen der Prüfung unerlässlich. Eine formale Voraussetzung, um an der Prüfung teilnehmen zu können, ist, dass Sie bei den Hausaufgaben mindestens 40% der Punkte erreicht haben.

Die Hausaufgaben werden korrigiert und die Lösungen werden, soweit dafür Erklärungsbedarf besteht, jeweils einmal pro Woche in den Übungen besprochen. Dabei sollen die Lösungen, soweit dies möglich ist, hauptsächlich von Ihnen selbst an der Tafel vorgerechnet werden. Dies hilft Ihnen die gefundene Lösung noch einmal zu durchdenken und trainiert Sie dabei Ihre Ideen auch vor Publikum vorzutragen.

Bei jeglichen Fragen zur Vorlesung (Stoff, Übungen, Organisatorisches, etc.) können Sie uns jederzeit per E-Mail unter

{christian.sevenheck, holger.langenau, fgoering}@mathematik.tu-chemnitz.de

erreichen. Nach Terminvereinbarung sind wir natürlich auch persönlich zu sprechen.

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Hausaufgaben- und Übungsblätter, etc.) sind unter

<https://www.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/LinAlg1-WS1617/linalg1.php>

zu finden.

Abgabe bis Montag, den 17. Oktober 2016, in den Übungen