Technische Universität Chemnitz, Fakultät für Mathematik
Christian Sevenheck, Dmytro Shklyarov
https://www.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/FunkTheo-WS1718/FunkTheo.php

Übungsaufgaben zur Funktionentheorie

1. *(4 Punkte)* Sei $f(z) = |z|^4 - 2|z|^2 + 1$. In welchen Punkten ist $f(z)$ komplex differenzierbar?

2. *(4 Punkte)* Gibt es eine auf $\mathbb{C}$ holomorphe Funktion $f(z)$ mit $\mathfrak{R}(f(x+iy)) = x^3 + y^3$?

3. *(6 Punkte)* Bestimme alle Punkte $z = x + iy$, in denen die folgenden Funktionen komplex differenzierbar sind, und berechne die Ableitung $f'(z)$ in diesen Punkten:

   a) $f(z) = \frac{3}{2}x^2 - xy + ixy^2$,
   b) $f(z) = 1 - y^2 + i(2xy - y^2)$.

4. *(6 Punkte)* Bestimme die Funktionen $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C})$ mit

   a) $\mathfrak{R}(f(z)) = 2x^3y - 2xy^3 + x^2 - y^2, \quad f(0) = i$;
   b) $\mathfrak{I}(f(z)) = (x \sin y + \sin y + y \cos y)\, e^x, \quad f(0) = 2$

Abgabe bis Mittwoch, den 1. November 2017, in der Übung