

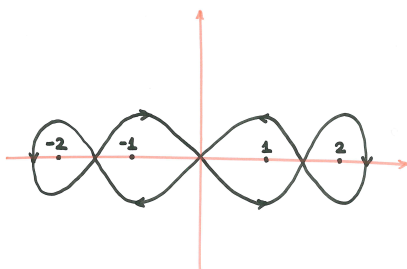
Übungsaufgaben zur Funktionentheorie

1. (6 Punkte) Bestimme das Residuum von $f(z)$ bei z_0 :

a) $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right)$, $z_0 = 0$; b) $f(z) = \frac{1}{(1+z^2)^3}$, $z_0 = -i$; c) $f(z) = \frac{e^{2z}}{(z-1)^n}$, $z_0 = 1$.

2. (6 Punkte) Berechne die folgende Integrale mit Hilfe des Residuensatzes:

a) $\int_{\partial D_3(0)} \frac{1}{z(z-1)(z-5)} dz$; b) $\int_{\partial D_4(0)} \frac{1}{\sin(z)} dz$;
c) $\int_{\gamma} \frac{e^{\pi iz}}{(z^2-1)(z^2-4)} dz$, wobei γ der folgende Weg ist:



3. (4 Punkte) Berechne die folgende Integrale mit Hilfe der Residuenmethode:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2-x+1} dx$; b) $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^3} dx$.

4. (4 Punkte) Berechne die folgende Integrale mit Hilfe der Residuenmethode:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{\frac{ix}{2}}}{x^3+8} dx$; b) $\int_0^{\infty} \frac{x \sin(x)}{x^2+1} dx$.