

Übungsaufgaben zur Funktionentheorie

1. (6 Punkte) Sei $z = 1 + 2i$ und $w = 3 + 4i$. Stelle die folgende Zahlen dar als $x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$:
 - a) $3z + iw$,
 - b) $2z^2 - z\bar{w}$,
 - c) $2|w| + (1 - i)z^2$,
 - d) $(w + z)/(w - z)$,
 - e) $(1 - iz)/(1 + iz)$,
 - f) $(z + 5z^{-1})^{-1}$.
2. (4 Punkte) Sei $z = x + iy$. Bestimme Real- und Imaginärteil der folgenden Ausdrücke als Funktionen von x und y :
 - a) $z^3 - iz$,
 - b) $z^2 - 2i\bar{z}^2 + 1$,
 - c) $(1 + z)/(1 - z)$,
 - d) z^6 .
3. (6 Punkte) Skizziere die folgenden Mengen:
 - a) $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1| = |z - i|\}$,
 - b) $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1| = 2|z - i|\}$,
 - c) $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1| = \Re(z)\}$,
 - d) $\{z \in \mathbb{C} \mid (1 + i)z + (1 - i)\bar{z} = 1\}$,
 - e) $\{z \in \mathbb{C} \mid z\bar{z} + iz - i\bar{z} - 3 = 0\}$,
 - f) $\{z \in \mathbb{C} \mid z^2 - \bar{z}^2 = i\}$.
4. (4 Punkte) Bestimme alle komplexen Zahlen z mit
 - a) $z^2 = -1 + i\sqrt{3}$,
 - b) $z^3 = -8$,
 - c) $z^4 = i$,
 - d) $z^5 = 1 + i$.

Hinweise

Begleitend zur Vorlesung wird es ca. alle 1 bis 2 Wochen ein Übungsblatt geben. Dieses soll bis zum nächsten Ausgabetermin selbständig bearbeitet werden. Natürlich können und sollen Sie sich dabei mit Ihren Kommilitonen austauschen. Die Bearbeitung der Übungen ist integraler Bestandteil der Vorlesung und zum Bestehen der Prüfung unerlässlich.

Für jedes Übungsblatt können 20 Punkte erreicht werden. Einmal pro Woche werden die Aufgaben in der Übung besprochen. Hierbei sollen die Lösungen vorrangig von Ihnen selbst vorgerechnet werden. Natürlich können und sollen Sie auch Fragen zu vergangenen und gerade aktuellen Übungen sowie zum aktuellen Stoff der Vorlesung stellen. Die Übung findet jeden Mittwoch um 13.45 in W/038 statt und wird von Dmytro Shklyarov (email: dmytro.shklyarov@mathematik.tu-chemnitz.de) geleitet.

Bei jeglichen Fragen zur Vorlesung (Stoff, Übungen, Organisatorisches etc.) können Sie mich jederzeit per email unter christian.sevenheck@mathematik.tu-chemnitz.de erreichen. Nach Terminvereinbarung bin ich natürlich auch persönlich zu sprechen.

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Übungsblätter, etc.) sind unter

<https://www.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/FunkTheo-WS1718/FunkTheo.php>

zu finden.

Abgabe bis Mittwoch, den 18. Oktober 2017, in der Übung