

## Übungsaufgaben zu „Algebra und diskrete Strukturen“ für Grundschullehramt

1. (4 Punkte) Wenn wir uns eine komplexe Zahl als einen Punkt in der Gaußschen Zahlenebene vorstellen, dann ist die zu  $z$  konjugierte komplexe Zahl  $\bar{z}$  gleich dem Punkt, welchen man erhält, wenn man  $z$  an der reellen Achse spiegelt. Welche komplexen Zahlen erhalten Sie, wenn Sie die folgende geometrische Transformation auf  $z$  anwenden.
  - (a) Eine Drehung um  $180^\circ$  um 0.
  - (b) Eine Spiegelung an der imaginären Achse.
  - (c) Eine Drehung (im Uhrzeigersinn)<sup>1</sup> um  $45^\circ$  um 0.
  - (d) Spiegelung an der Geraden  $y = x$
2. (4 Punkte) Sei  $z$  eine komplexe Zahl. Zeigen Sie:
  - (a)  $\bar{\bar{z}} = z$ , genau dann wenn  $z$  reell ist.
  - (b) Für  $z \neq 0$  gilt:  $\overline{\frac{1}{z}} = \frac{1}{\bar{z}}$   
(Die Aussage in Worten: Die konjugiert Komplexe des Inversen (der Multiplikation) einer komplexen Zahl  $z$  ist gleich der Inversen der konjugiert komplexen von  $z$ .),
  - (c) Für  $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  gilt:  $\frac{1}{z} = \bar{z}$  genau dann, wenn  $z \in S^1$ .
3. (4 Punkte) Seien  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Beweisen Sie für alle natürlichen Zahlen  $n \in \mathbb{N}$  die folgenden Aussagen:
  - (a)  $(a + b)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} a^i b^{n-i}$ ,
  - (b)  $2^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i}$ .
4. (4 Punkte) Sei  $n$  eine natürliche Zahl. Beweisen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion die Formeln:
  - (a)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$  und
  - (b)  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .
5. (Zusatzaufgabe) Ist es wahrscheinlicher, einen Sechser im Lotto zu haben, als in Deutschlang vom Blitz getroffen zu werden?  
Wir gehen davon aus, daß in Deutschland 80 Millionen Menschen leben und daß pro Jahr 5 Menschen in Deutschland vom Blitz getroffen werden. Ferner nehmen wir an, daß wir beim Lotto 6 Zahlen aus 49 ziehen.

Bitte wenden !

---

<sup>1</sup>Bemerkung: Normalerweise ist der mathematische Drehsinn dem Uhrzeigersinn entgegengesetzt.

# Hinweise zu Übungen

**Bitte geben Sie die Übungen in Zweiergruppen ab und bitte vermerken Sie auf jedem Blatt Ihrer Abgabe ihre Namen.**

Bei weiteren Fragen zur Vorlesung (Stoff, Übungen, Organisatorisches etc.) können Sie uns jederzeit per email unter **christian.sevenheck@mathematik.tu-chemnitz.de** bzw. **foering@mathematik.tu-chemnitz.de** erreichen. Nach Terminvereinbarung sind wir natürlich auch persönlich zu sprechen.

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Übungsblätter, etc.) sind unter

<https://www-user.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/AlgLehramt-WS1819/AlgLehramt.php>

zu finden.

**Abgabe bis Dienstag, den 20. November 2018, in der Übung**