

Übungsaufgaben zu „Algebra und diskrete Strukturen für Grundschullehramt“

1. (4 Punkte)

(a) Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke :

i. $(7 - 14i) + (-13 + 12i)$

ii. $(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i) - (-\frac{2}{3} + \frac{5}{6}i)$

iii. $(4 + 6i) \cdot (1 - 3i)$

iv. $\frac{6+17i}{2-3i}$

(b) Zeichnen Sie für $z = 1 - \sqrt{3}i$ bzw. $z = 1 + 3i$ die Zahlen z , $-z$, \bar{z} und z^{-1} in der Gaußsche Zahlenebene.

(c) Berechnen Sie $(\frac{1+i}{\sqrt{2}})^{2014}$.

2. (4 Punkte) Sei $z, w \in \mathbb{C}$. Zeigen Sie die folgenden Rechenregeln :

(a) $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$,

(b) $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$,

3. (4 Punkte) Bestimmen Sie von folgenden komplexen Zahlen den Real-, den Imaginärteil, den Betrag und das Argument :

(a) $z_1 = \frac{1}{i}$,

(b) $z_2 = \frac{1}{1-\sqrt{3}i}$ und

(c) $z_3 = \frac{-2+5i}{1+3i} 2 + 3i - (\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i)$.

Geben Sie ferner für jede dieser komplexen Zahlen die Polardarstellung an.

4. (4 Punkte) Zeichnen Sie folgende Mengen in die Gaußsche Zahlenebene ein.

$$M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1| = |z + 1|\}, \quad M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(\frac{1}{z}) < \frac{1}{2}\}.$$

Bemerkung : Es kann sein, daß sie folgende Aussage für ihre Lösung nützlich ist : Es ist $\sqrt{\cdot} : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ eine bijektive Abbildung.

5. (*) (Zusatzaufgabe) Stellen Sie für die Menge $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$ für zwei Operationen $+$ und \cdot Verknüpfungstabellen auf, so daß \mathbb{F}_3 mit diesen zu einem Körper wird. Dabei soll 0 das neutrale Element bezüglich der Addition und 1 das neutrale Element bezüglich der Multiplikation sein.

Beim Beweis, daß \mathbb{F}_3 mit der von Ihnen definierten Verknüpfungen ein Körper ist, dürfen Sie auf den Nachweis der Assoziativität und der Distributivität verzichten.

Hinweise zu Übungen

Bitte geben Sie die Übungen in Zweiergruppen ab und bitte vermerken Sie auf jedem Blatt Ihrer Abgabe ihre Namen.

Bei weiteren Fragen zur Vorlesung (Stoff, übungen, Organisatorisches etc.) können Sie uns jederzeit per email unter **christian.sevenheck@mathematik.tu-chemnitz.de** bzw. **frank.goering@mathematik.tu-chemnitz.de** erreichen. Nach Terminvereinbarung sind wir natürlich auch persönlich zu sprechen.

Alle Informationen zur Vorlesung (Termine, Übungsblätter, etc.) sind unter

<https://www-user.tu-chemnitz.de/mathematik/algebra/AlgLehramt-WS1819/AlgLehramt.php>

zu finden.

Abgabe bis Dienstag, den 06. November 2018, in der Übung