

CH1 - Ergänzungskurs Elementarmathematik
Leitung: HSD Dr. Sybille Handrock
Übungsleiter: Andreas Günnel
Aufgabenblatt 1
Wintersemester 2006/2007

Umformungen von Termen

1. Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke:

$$\begin{array}{lll}
 a) \quad \frac{48ax}{49by} \cdot \frac{63ay}{32bx}, & b) \quad 3\frac{4}{15}xy \cdot \frac{25x}{28y}, & c) \quad \frac{45ac}{56bd} : \frac{81ad}{49bc}, \\
 d) \quad \frac{99ac}{35b} : 5\frac{11}{14}ab & e) \quad \frac{a^3 - b^3}{a - b}, & f) \quad \frac{3x - 8}{21} - \frac{x + 2}{7} - \frac{x}{3}.
 \end{array}$$

2. Zerlegen Sie in Faktoren

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad 3ax - 6ay - 15bx + 30by, & b) \quad 8ax + 12bx - 10ay - 15by, \\
 c) \quad 2ax + 3bx - 2ay - 3by + 4az + 6bz, & d) \quad 18r^2 - 45s^2 + 14rs - 35s^3.
 \end{array}$$

3. Vereinfachen Sie

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{18} + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{11}\right), & b) \quad \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{12}\right), \\
 c) \quad \frac{2c - 5b}{6ab - 10b^2} - \frac{5(2c - 3a)}{18a^2 - 30ab}, & d) \quad \frac{a}{a^2 - 2ab + b^2} - \frac{a}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a + b},
 \end{array}$$

4. Beseitigen Sie die Doppelbrüche

$$\begin{array}{llll}
 a) \quad \frac{\frac{3}{x} - \frac{5}{y}}{\frac{5}{x} - \frac{3}{y}}, & b) \quad \frac{\frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2}}, & c) \quad \frac{\frac{a+1}{a-1} - 1}{\frac{a+1}{a-1} + 1}, & d) \quad \frac{1}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2}}.
 \end{array}$$

5. Stellen Sie die folgenden Ausdrücke durch vollständige Quadrate und die quadratische Ergänzungen dar

$$a) \quad x^2 + 14x, \quad b) \quad x^2 + 5x, \quad c) \quad 25x^2 + 40x \quad d) \quad 4x^2 + 9y^2 + 24x - 18y.$$

6. Führen Sie die Partialdivision aus

$$\begin{array}{ll}
 a) \quad (x^3 - 2xy^2 + y^3) : (x - y) & b) \quad (9a^3 - 6a^2b - 2ab^2 + 2b^3) : (3a + 2b) \\
 c) \quad (9x^3 + 2y^3 - 7xy^2) : (3x - 2y) & d) \quad (25x^4 + a^2x^2 + 25a^4) : (5x^2 + 7ax + 5a^2).
 \end{array}$$

7. Stellen Sie folgende Formeln nach jeder der darin vorkommenden Variablen um:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & a(1 - b^2) = c + 2ac, \quad \text{b)} \quad \frac{1 - n}{1 + n} = \frac{r + 1}{s}, \\
 \text{c)} & \frac{2m + 3(m + n)}{2m + n} = \frac{1}{p + 1}, \quad \text{d)} \quad ab - f = \frac{qa}{q - 1}.
 \end{array}$$

8. Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf und führen Sie die Probe durch

$$\begin{array}{ll}
 \text{a)} & \frac{4}{x - 5} + \frac{1}{x - 3} - \frac{1}{x - 7} = \frac{4}{x - 4}, \quad \text{b)} \quad \frac{x + 7}{x + 1} + \frac{x + 9}{x + 2} = \frac{4(x + 8)}{2x + 3}. \\
 \text{c)} & a(2x - c) - ab = c(2x - a) + ab \quad \text{d)} \quad (a - 2b)(b + x) = 6b^2 + a(2a - 7b).
 \end{array}$$

Das Rechnen mit Ungleichungen

Wiederholung der Rechengesetze

$$\begin{array}{l}
 a < b \iff a \pm c < b \pm c, \\
 a < b \wedge c < d \implies a + c < b + d, \\
 a > b \wedge c < d \implies a - c > b - d, \quad a < b \wedge c > d \implies a - c < b - d, \\
 a < b \iff ac < bc, \text{ falls } c > 0, \quad a < b \iff ac > bc, \text{ falls } c < 0, \\
 a < b \implies \frac{1}{b} < \frac{1}{a}, \text{ falls } a, b \text{ beide positiv oder beide negativ sind.}
 \end{array}$$

1. Für welche reellen x gelten die Ungleichungen?

$$\text{a)} \quad -3x + 2 < 4x - 9, \quad \text{b)} \quad (3 - x)(-4) > 6x, \quad \text{c)} \quad \frac{3x - 1}{2x + 2} > 1, \quad \text{d)} \quad \frac{x - 1}{x + 2} \leq 4.$$

2. Für welche reellen x ist $(x - a)(x - b)(x - c)^{-1} > 0$, falls a, b, c reell und $a > b > c$?

3. Lösen Sie die Ungleichungen $x^2 < m$ und $x^2 > m$, mit m beliebig reell.

4. Bestimmen Sie unter Nutzung der vorhergehenden Aufgabe die Lösungsmengen der Ungleichungen

$$x^2 + px + q < 0 \quad \text{und} \quad x^2 + px + q > 0.$$

Chemisches Rechnen

Der prozentuale Masseanteil eines Stoffes an der Gesamtmasse eines Stoffgemisches heißt Masseprozent $M\%$. Es gibt die Masse an, die in 100 g Stoffgemisch enthalten ist. Es gilt:

$$c_{M\%} = \frac{m}{m_G} 100,$$

wobei $c_{M\%}$ die Konzentration des Stoffgemisches in $M\%$, m die Masse des Stoffes in g und m_G die Masse des Stoffgemisches in G bezeichnet.

1. Wieviel Gramm Silbernitrat sind in 175 g 5 M%-iger Silbernitratlösung enthalten?

2. Aus einer 92 M%-igen und einer 64 M%-igen Schwefelsäure sollen 3.5 kg einer 72 M%-igen Schwefelsäure hergestellt werden. Man berechne die Massen der zu mischenden Säuren!

3. Es werden 20 g 37 M%-ige Salzsäure mit 100 g Wasser gemischt. Welche Konzentration hat die Mischung?