

Arbeitsblatt 1 zur Vorlesung Mathematik I für Chemiker

**Wichtige Typen von Unstetigkeitsstellen für reelle Funktionen einer reellen Variablen**

1. Hebbare Unstetigkeitsstellen (Lücken)

1.1  $c \notin D(f) \quad \lim_{x \rightarrow c} f(x) = A \quad A \in \mathbb{R}$

Bildung einer stetigen Ersatzfunktion möglich:

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \in D(f) \\ A & \text{für } x = c \end{cases} \quad \text{mit } D(\tilde{f}) = D(f) \cup \{c\}.$$

Beispiel:  $f(x) = \frac{\sin x}{x} \quad D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{für } x \in D(f) \\ 1 & \text{für } x = 0 \end{cases} \quad \text{mit } D(\tilde{f}) = D(f) \cup \{0\} = \mathbb{R}$$

1.2  $c \in D(f) \quad \lim_{x \rightarrow c} f(x) = A \quad A \in \mathbb{R}, \text{ aber } f(c) \neq A$

Bildung einer stetigen Ersatzfunktion möglich:

$$\hat{f}(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x \in D(f) \setminus \{c\} \\ A & \text{für } x = c \end{cases} \quad \text{mit } D(\hat{f}) = D(f).$$

Beispiel:  $f(x) = \begin{cases} |x| & \text{für } x \neq 0 \\ 1 & \text{für } x = 0 \end{cases} \quad D(f) = \mathbb{R}$

$$\hat{f}(x) = |x| \quad D(\hat{f}) = \mathbb{R}$$

2. Sprungstellen

2.1  $c \notin D(f) \quad \lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = A_- \wedge \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = A_+ \quad A_-, A_+ \in \mathbb{R} \wedge A_- \neq A_+$

Beispiel:  $f(x) = \frac{|x|}{x} \quad D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

2.2  $c \in D(f) \quad \lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = A_- \wedge \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = A_+ \quad A_-, A_+ \in \mathbb{R} \wedge A_- \neq A_+$

Beispiel:  $f(x) = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1 & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ -1 & \text{für } x < 0 \end{cases} \quad D(f) = \mathbb{R}$

3. Polstellen

$c \notin D(f) \quad \lim_{x \rightarrow c-0} f(x) = \pm\infty \wedge \lim_{x \rightarrow c+0} f(x) = \pm\infty$

Beispiel:  $f(x) = \frac{1}{x} \quad D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$