Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik 29. Januar 2009

Höhere Mathematik II für den Bachelorstudiengang Automobilproduktion

Übung 13: Zufallsgrößen und ihre Verteilungsfunktionen II, spezielle Verteilungen

1. Geben Sie die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsgröße X mit der Dichte

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{b-a}\left(1 - \frac{2}{b-a}\left|x - \frac{a+b}{2}\right|\right) & \text{für} \quad a \le x \le b \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

   an und skizzieren Sie diese (vgl. Übung 12, Aufgabe 3).

2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei 100 Teilen, die einer Lieferung zufällig entnommen wurden, höchstens 5 Ausschussteile vorzufinden, wenn die Lieferfirma 4% Ausschuss produziert?

3. Ein Versuch gelinge in 5% der Fälle.
   a) Wie viele Einzelversuche sind anzusetzen, damit der Versuch mit einer an Sicherheit grenzenden Wahrscheinlichkeit (99%) mindestens einmal gelingt?
   Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei 20 Versuchen
   b) wenigstens einer,
   c) genau einer
   d) mehr als einer
   gelingt.

4. In einem Betrieb werden Stanzteile hergestellt. Das Unternehmen versichert, dass der Anteil der maßgerechten Stanzteile mindestens 90% beträgt. Es werden 20 Stanzteile entnommen, unter diesen sind nur 15 maßgerechte Teile.
   Sind die Angaben des Herstellers hinsichtlich des Anteils der maßgerechten Stanzteile auf Grund der Stichprobe in Zweifel zu ziehen?

5. Auf ein Ziel werden unabhängig voneinander 20 Schüsse abgegeben.Jeder einzelne Schuss trifft das Ziel mit der Wahrscheinlichkeit 0.8.
   a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass
   – genau 15,
   – wenigstens 15,
   – höchsten 10
   Treffer erzielt werden.
   b) Berechnen Sie die mittlere Trefferanzahl.

Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik

04. Februar 2009

Höhere Mathematik II für den Bachelorstudiengang Automobilproduktion

Übung 14: Spezielle Verteilungen

1. Eine Ladung Saatgut wird in Päckchen verkauft. Jedes Päckchen enthält rund 1000 Samenkörner. Es sei bekannt, dass ca. 0.5% der Körner nicht der Sorte des Saatgutes angehören. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einem zufällig ausgewählten Päckchen mehr als 5 Körner sind, die nicht der Sorte des Saatgutes angehören.

2. Ein Betrieb produziert elektronische Bauelemente, von denen 0.1% fehlerhaft sind. Die Zufallsgröße X bezeichne die Anzahl der fehlerhaften Elemente. Berechnen Sie mit Hilfe der Poisson-Verteilung die Wahrscheinlichkeit dafür, das bei einer Lieferung von 8000 Bauelementen
   a) genau zwei,
   b) mindestens zwei fehlerhafte Bauelemente sind.

3. Die Zerfallswahrscheinlichkeit eines radioaktiven Stoffes wurde durch die Beziehung
$$p(t) = 1 - \mathrm{e}^{-\frac{\ln 2}{T}t}$$
   ermittelt, wobei T die Halbwertszeit des Stoffes und t die Beobachtungszeit (Messzeit) bedeuten. Die Zufallsgröße X bezeichne die Anzahl der zerfallenen Atome. Es sei $T = 10$ Jahre, $t = 10$ s und $n = 10^8$ die Anzahl der vorhandenen Atome. Berechnen Sie
   a) die Zerfallswahrscheinlichkeit p,
   b) den Erwartungswert der Zufallsgröße,
   c) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass kein Zerfall stattfindet.

4. Bei der Prüfung der Qualität von Kugeln für Kugellager erfüllt eine Kugel die Anforderungen, wenn Sie durch eine Öffnung mit dem Durchmesser d_2, nicht aber durch eine Öffnung mit dem Durchmesser $d_1 < d_2$ fällt. Falls eine der beiden Bedingungen nicht erfüllt ist, so gehört die Kugel zum Ausschuss. Die Zufallsgröße X sei der Durchmesser solcher Kugeln und kann als normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = \dfrac{d_1 + d_2}{2}$ und der Standardabweichung $\sigma = \dfrac{d_2 - d_1}{4}$ angesehen werden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich eine beliebige Kugel als Ausschuss erweist.

5. Auf einer Maschine werden Metallplatten hergestellt, deren Dicke die Zufallsgröße X sei, welche als normalverteilt mit $\mu = 10$ mm und $\sigma^2 = 0.0004$ mm^2 angesehen werden kann. Eine Platte ist verwendungsfähig, wenn die Dicke zwischen 9.97 mm und 10.05 mm liegt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Platte verwendungsfähig ist.