

Höhere Mathematik II für den Bachelorstudiengang Automobilproduktion

Übung 11: Berechnung von Wahrscheinlichkeiten II

1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein willkürlich ausgewähltes Produkt zur Sorte 1 gehört, wenn bekannt ist, dass 4% aller Produkte Ausschuss sind und 75% der einwandfreien Produkte von der Sorte 1 sind.

2. Nach einer Statistik werden von

$$100\,000 \text{ Zehnjährigen} \quad \left\{ \begin{array}{ll} 82\,277 & 40 \text{ Jahre alt} \\ 37\,977 & 70 \text{ Jahre alt.} \end{array} \right.$$

Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird ein Vierzigjähriger 70 Jahre alt?

3. Aus einem Behälter mit drei weißen und zwei schwarzen Kugeln werden nacheinander ohne Zurücklegen zwei Kugeln entnommen. Es werden folgenden Ereignisse betrachtet:

A_1 : Die erste Kugel ist weiß.

B_1 : Die erste Kugel ist schwarz.

A_2 : Die zweite Kugel ist weiß.

B_2 : Die zweite Kugel ist schwarz.

Berechnen Sie

a) $P(A_2|B_1)$,

b) $P(B_1 \cap A_2)$,

c) $P(A_2|B_1)$, wenn die erste Kugel vor dem Ziehen der zweiten wieder zurückgelegt wird.

4. Eine Stanzerei liefert zwei Behälter mit Stanzteilen. Im ersten Behälter sind 20000 Teile, von denen 5% Ausschuss sind, während der zweite Behälter 10000 Teil mit einem Ausschussprozentsatz von 1% enthält. Vor dem Montageband werden die Inhalte beider Behälter vermischt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei der Montage ein Ausschussstück gezogen wird?

5. In zwei Unternehmen werden gleiche Erzeugnisse produziert. Von den Erzeugnissen des ersten Unternehmens sind 2% unbrauchbar, von denen des zweiten Unternehmens sind es 5%. Beide Unternehmen beliefern einen Einkaufsmarkt, wobei ein Drittel der Ware vom ersten und zwei Drittel vom zweiten Unternehmen geliefert werden.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man eine unbrauchbares Erzeugnis kauft?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses unbrauchbare Erzeugnis vom ersten bzw. vom zweiten Unternehmen geliefert wurde.

6. Die Wahrscheinlichkeit bei einer Röntgenuntersuchung auf Tuberkulose eine Person, die Tuberkulose hat, zu identifizieren, sei 0.9. Die Wahrscheinlichkeit eine Person, die keine Tuberkulose hat, als solche zu erkennen, betrage 0.99. Aus einer großen Bevölkerungsgruppe mit 0.1% Tuberkulose-Kranken sei eine Person geröntgt und als Tuberkulose-Träger eingestuft worden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person die Krankheit hat?

Höhere Mathematik II für den Bachelorstudiengang Automobilproduktion

Übung 12: Zufallsgrößen und ihre Verteilungsfunktionen I

1. Eine Münze werde vier mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Seite mit der Zahl oben liegt, sei bei einem Wurf $p = 0.5$. Weiter sei X die Anzahl, wie oft die Seite mit der Zahl oben liegt. Diese diskrete Zufallsgröße X nimmt die Werte $k = 0, 1, 2, 3, 4$ an.
 - a) Berechnen Sie die Einzelwahrscheinlichkeiten $p_k = P(X = k)$ für $k = 0, 1, 2, 3, 4$ und stellen Sie diese in einem Koordinatensystem mit den Achsen k und p_k dar.
 - b) Skizzieren Sie die Verteilungsfunktion $F(x)$.
 - c) Berechnen Sie den Erwartungswert und die Streuung von X .
2. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Schütze das Ziel trifft, betrage bei jedem Schuss 0.4. Nur im Falle des Nichttreffens beim ersten Schuss wird ein zweites Mal geschossen. Geht auch dieser Schuss daneben, wird ein drittes und gegebenenfalls ein viertes Mal geschossen. Nach dem vierten Schuss ist Schluss, unabhängig davon, ob er ein Treffer war oder nicht. Mit X bezeichnen wir die Anzahl der Schüsse. Diese diskrete Zufallsgröße nimmt die Werte $k = 1, 2, 3, 4$ an. Berechnen Sie
 - a) die Einzelwahrscheinlichkeiten $p_k = P(X = k)$ für $k = 1, 2, 3, 4$,
 - b) den Erwartungswert, die Streuung und die Standardabweichung von X .
3. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Streuung einer stetigen Zufallsgröße X mit der Dichte

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{b-a} \left(1 - \frac{2}{b-a} \left| x - \frac{a+b}{2} \right| \right) & \text{für } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$