

Höhere Mathematik III für den Bachelorstudiengang Automobilproduktion

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!

Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlungen, Skript Mathe I-III ohne Anhänge, Arbeitsblätter zur Vorlesung, beliebige Taschenrechner

1. (5 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem $y' = 3x^2 \cdot y$, $y(-1) = \frac{1}{2}$.

2. (10 Punkte)

Geben Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung $y'' + y = 6t$ an. Untersuchen Sie das Anfangswertproblem mit den Anfangsbedingungen $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ sowie das Randwertproblem unter folgenden Randbedingungen

a) $y(0) = 1$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$,

b) $y'(0) = 1$, $y'(\pi) = 0$,

c) $y'(0) = 0$, $y'(2\pi) = 0$.

3. (9 Punkte)

Geben Sie ein Fundamentalsystem und die allgemeine Lösung des folgenden Systems an

$$\begin{aligned} y_1' &= y_1 - y_2 \\ y_2' &= -4y_1 + y_2 \end{aligned}$$

Lösen Sie das Anfangswertproblem mit den Anfangsbedingungen $y_1(0) = 0$, $y_2(0) = 1$.

4. (10 Punkte)

In einem Unternehmen stellen drei Maschinen die gleichen Teile her. Die Tagesproduktion der ersten Maschine beträgt 6000, die der zweiten 1000 und die der dritten 3000 Stück. Dabei produziert die erste Maschine 10%, die zweite 8% und die dritte 15% defekte Teile.

Aus der Gesamtproduktion wird zufällig ein Teil entnommen.

Berechnen Sie

a) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das entnommene Teil defekt ist,

b) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das entnommene Teil auf der ersten bzw. zweiten bzw. dritten Maschine gefertigt wurde unter der Bedingung, dass es ein defektes Teil ist.

5. (6 Punkte)

Auf ein Ziel werden unabhängig voneinander fünf Schüsse abgegeben. Jeder Schuss trifft das Ziel mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0.7$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

a) alle fünf Schüsse das Ziel treffen,

b) kein Schuss das Ziel trifft,

c) mindestens zwei Schüsse das Ziel treffen.

Zusatzaufgabe: (+ 4 Punkte)

Die Zufallsgröße X sei exponentialverteilt mit dem Parameter $\alpha > 0$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass X Werte annimmt, die kleiner als der Erwartungswert EX sind.