Ergänzungskurs Elementarmathematik für die Bachelorstudiengänge
BAINE, BAINM, BAP, BMEP, BSPE, BTK, CH
Leiterin: HSD Dr. Sybille Handrock
Übungsleiter: Anne Geißler, Silvio Wagner
Aufgabenblatt 2
Wintersemester 2007/2008

Summenzeichen

1. Schreiben Sie die Summen ausführlich auf:

$$a)\ \sum_{l=1}^{k} a_l \qquad b)\ \sum_{j=5}^{27} b_j, \qquad c)\ \sum_{k=0}^{m} x_k y_k,$$

$$d)\ \sum_{n=0}^{N} (n^2 - n + 2), \qquad e)\ \sum_{k=1}^{n} a_{ik} x_k, \qquad f)\ \sum_{l=m}^{n} x_l^2 (y_l - z_l),$$

$$g)\ \sum_{i=1}^{3} a_i b_i, \qquad h)\ \sum_{i=1}^{3} a_i \sum_{i=1}^{3} b_i, \qquad i)\ \sum_{k=1}^{n} \frac{\sin kx}{k^2}.$$

2. Fassen Sie mit Hilfe des Summenzeichens zusammen:

$$a)\ a_0 b_0^2 + a_1 b_1^2 + \cdots + a_{2n} b_{2n}^2, \qquad b)\ 5x_1x_2 + 5x_2x_3 + \cdots + 5x_n x_{n+1},$$

$$c)\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{im}x_m, \qquad d)\ a_{11}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{mm}x_m.$$

Arithmetisches Mittel

Hinweise: Arithmetisches Mittel: $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$,

Gewichtetes arithmetisches Mittel: $\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} g_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} g_i}$ mit den Gewichten g_i, $(i = 1, \cdots, n)$.

1. Die Quartalsumsätze eines Restaurants betrugen im Jahr 2000:

Quartal	1	2	3	4
Umsatz (€)	135 750	122 000	207 400	157 850

Wie hoch ist der durchschnittliche Umsatz pro Quartal? (155 750 €)

2. Von einer Ware W sind drei Sorten auf dem Markt. Die folgende Tabelle enthält die Preise und die umgesetzten Mengen in einer bestimmten Woche:

Warensorte	Preis in €/kg	umgesetzte Menge in kg
W I	3.–	430
W II	2.–	950
W III	5.–	70

Wie hoch ist der Durchschnittspreis für die umgesetzte Ware W in der betrachteten Woche? (2.44 €/kg)

Indexzahlen

Hinweise: Umsatzindex: $I_{0,i} = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{n} p_{ij}q_{ij}}{\sum\limits_{j=1}^{n} p_{0j}q_{0j}}$, Preisindex nach Paasche: $I_{0,i} = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{n} p_{ij}q_{ij}}{\sum\limits_{j=1}^{n} p_{0j}q_{ij}}$

Dabei bezeichnen $p_{01}, p_{02}, \cdots, p_{0n}$ die Preise von n Waren in der 0-ten Periode (Basisperiode), $q_{01}, q_{02}, \cdots, q_{0n}$ die Mengen der umgesetzten Waren in der Basisperiode. Entsprechend bezeichnen $p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{in}$ und $q_{i1}, q_{i2}, \cdots, q_{in}$ die Preise bzw. die Mengen der umgesetzten Waren in der i-ten Periode (Berichtsperiode).

Multipliziert man die rechten Seiten der Formeln für den Umsatzindex bzw. für den Preisindex mit 100, so erhält man direkt einen Prozentsatz für die Änderung des Umsatzes bzw. des Preises.

1. Für drei Waren wurden über 4 Perioden folgende Preise und Mengen ermittelt:

Periode	Preis in €/kg			Menge in kg		
	Ware 1	Ware 2	Ware 3	Ware 1	Ware 2	Ware 3
0	3.50	18.20	105.–	2 506	1 112	104
1	3.65	17.50	112.–	2 400	1 640	103
2	3.90	18.00	117.–	2 320	2 230	116
3	4.10	17.00	132.–	2 410	2 700	101

   Berechnen Sie den Umsatzindex $I_{0,1}$, (1.2271, (Der Umsatz stieg von Periode 0 zu Periode 1 um 22.71 % bzw. auf 122.71 %.)), den Umsatzindex $I_{0,3}$, (1.7309) und den Umsatzindex $I_{2,3}$. (1.1012).

2. Berechnen Sie den Preisindex $I_{0,3}$ nach Paasche. (1.0137 (101.37 %))

Das Rechnen mit Ungleichungen

Wiederholung der Rechengesetze

$$
\begin{aligned}
a < b &\iff a \pm c < b \pm c,\\
a < b \wedge c < d &\implies a + c < b + d,\\
a > b \wedge c < d &\implies a - c > b - d, \qquad a < b \wedge c > d \implies a - c < b - d,\\
a < b &\iff a\,c < b\,c, \text{ falls } c > 0, \qquad a < b \iff a\,c > b\,c, \quad \text{falls} \quad c < 0,\\
a < b &\implies \frac{1}{b} < \frac{1}{a}, \quad \text{falls} \quad a, b \quad \text{beide positiv oder beide negativ sind.}
\end{aligned}
$$

1. Für welche reellen x gelten die Ungleichungen?

   $a)\quad -3x + 2 < 4x - 9, \quad b)\quad (a - x)\,b > c\,x, \quad c)\quad \dfrac{3x - 1}{2x + 2} > 1, \quad d)\quad \dfrac{x - 1}{x + 2} \leq 4.$

2. Für welche reellen x ist $(x - a)(x - b)(x - c)^{-1} > 0$, falls a, b, c reell und $a > b > c$?

3. Lösen Sie die Ungleichungen $x^2 < m$ und $x^2 > m$, mit m beliebig reell.

4. Bestimmen Sie unter Nutzung der vorhergehenden Aufgabe die Lösungsmengen der Ungleichungen

$$x^2 + px + q < 0 \qquad \text{und} \qquad x^2 + px + q > 0.$$