

---

## Prüfungsfragen (Beispiele)

### Analysis II

Sommersemester 2004

Prof. Dr. P. Stollmann

---

Die folgenden Fragen sollen als Orientierungshilfe für die anstehenden mündlichen Prüfungen dienen. Sämtliche Antworten sind vollständig zu begründen, wo möglich sollen Beispiele gegeben werden. Unabhängig von diesen Fragen empfiehlt es sich wieder, die wichtigsten Sätze jedes Kapitels herauszusuchen und deren Beweise zu verstehen.

- (1) Erklären Sie die Begriffe punktweise und gleichmäßige Konvergenz von Funktionenfolgen. Was gilt für den gleichmäßigen Grenzwert stetiger Funktionen? Unter welchen Bedingungen sind Vertauschung von Integral und Grenzwertbildung zulässig?
- (2) Nennen Sie einige wichtige Eigenschaften von Potenzreihen (z.B. bez. Konvergenz, Differentiation) und beweisen Sie Ihre Aussagen.
- (3) Erläutern Sie die Begriffe richtungsstetig, partiell stetig, stetig bzw. Richtungsableitung, partielle Ableitung und Ableitung für Funktionen  $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  und arbeiten Sie die Zusammenhänge heraus.
- (4) Wie ist die Ableitung einer Funktion  $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  definiert? Welche Ableitungsregeln kennen Sie (Beweis)?
- (5) Was besagt die mehrdimensionale Version des Mittelwertsatzes und wie wird sie bewiesen?
- (6) Was besagt der Satz von Taylor? Verdeutlichen Sie das Ergebnis am Beispiel nullter und erster Ordnung.
- (7) Was wissen Sie über hinreichende und notwendige Bedingungen für das Auftreten lokaler Extrema bei Funktionen  $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ ?
- (8) Was besagt der Satz über implizite Funktionen (metrische Version)? Welcher wichtige Satz spielt im Beweis an welcher Stelle eine zentrale Rolle?
- (9) Was besagen die Sätze über implizite Funktionen (differenzierbare Version) und die Umkehrfunktion? Arbeiten Sie die Zusammenhänge heraus.

- (10) Erklären Sie die Begriffe Riemann-Integrierbarkeit und Jordan-Messbarkeit.
- (11) Welche praktischen Regeln zur Berechnung mehrdimensionaler Riemann-Integrale kennen Sie (Beweis)?
- (12) Was besagt die Transformationsformel? Geben Sie Beispiele für oft verwendete Koordinatensysteme. Wie berechnet man  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$ ?
- (13) Warum steht der Gradient einer Funktion  $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$  senkrecht auf deren Niveauflächen?
- (14) Erläutern Sie die Methode der Lagrange-Multiplikatoren und geben Sie eine Begründung für diese Vorgehensweise.
- (15) Wie lässt sich mit Hilfe der Lagrange-Multiplikatoren eine Aussage zur Diagonalisierbarkeit symmetrischer  $n \times n$ -Matrizen gewinnen?
- (16) Erläutern Sie die Begriffe Kurve und Rektifizierbarkeit. Nennen Sie Beispiele
- (17) Wie definiert man das Kurvenintegral für Vektorfelder? Welche physikalische Motivation steckt hinter dieser Begriffsbildung?
- (18) Was bedeuten die Begriffe Gradientenfeld und Potential? Was wissen Sie über den Zusammenhang zwischen dieser Eigenschaft und der Wegunabhängigkeit der Kurvenintegrale (Beweis)? Vergleichen Sie diese Ergebnisse mit denen aus dem Eindimensionalen.