Prüfungsschwerpunkte

Analysis 1

Wintersemester 2011/2012 **Prof. Dr. P. Stollmann**

Die folgenden Fragen sollen als Orientierungshilfe für die anstehenden mündlichen Prüfungen dienen. Sämtliche Antworten sind vollständig zu begründen, wo möglich sollen Beispiele gegeben werden. Unabhängig von diesen Fragen empfiehlt es sich natürlich, die wichtigsten Sätze jedes Kapitels herauszufiltern und die zugehörigen Beweisstrukturen eingehend zu analysieren.

Zum Beginn der mündlichen Prüfung dürfen Sie sich eine der folgenden Fragen aussuchen.

1. Was ist vollständige Induktion? Geben Sie ein Beispiel.
2. Wie ist ein Körper/angeordneter Körper definiert? Zeigen Sie die Eindeutigkeit bestimmter Elemente des Körpers.
3. Wie ist das Supremum einer Menge M reeller Zahlen definiert? Besitzt jedes M ein Supremum? Ist das Supremum von M stets Element von M?
4. Wann heißt ein metrischer Raum vollständig? Geben Sie (Gegen-) Beispiele! Warum ist $\mathbb{R}$ vollständig?
5. Beschreiben Sie den Körper der komplexen Zahlen. Was besagen der Fundamentalsatz der Algebra und die Formel von de Moivre?
6. Wann heißt eine Folge reeller Zahlen konvergent? Geben Sie (Gegen-) Beispiele.
7. Was besagt der Satz von Bolzano-Weierstraß? Skizzieren Sie den Beweis.
8. Welche Rechenregeln gelten für Folgen? Wie zeigt man diese?
9. Wann heißt eine Folge monoton, was gilt für monotone, beschränkte Folgen?
10. Wie ist ein metrischer Raum definiert? Geben Sie (Gegen-) Beispiele für Metriken. Wie ist die Konvergenz in metrischen Räumen definiert?
11. Wann sind zwei Metriken äquivalent? Was bedeutet dies für Konvergenz in diesen Metriken (Beweis)?
12. Wann heißt eine Menge in einem metrischen Raum offen, abgeschlossen (Beispiele)? Was gilt für Vereinigung bzw. Durchschnitt solcher Mengen?
13. Wann heißt eine Abbildung zwischen zwei metrischen Räumen stetig? Illustrieren Sie den Begriff für reelle Funktionen!
14. Geben Sie zur Stetigkeit äquivalente Eigenschaften an! Welche Rechenregeln für stetige Funktionen lassen sich daraus schlussfolgern?
15. Was ist eine Reihe? Was bedeutet Konvergenz bzw. absolute Konvergenz von Reihen?
16. Zeigen Sie, welche geometrischen Reihen konvergieren. Wie wird dies für die Herleitung von Konvergenzkriterien benutzt?
17. Geben Sie notwendige und hinreichende Konvergenzkriterien für Reihen an und erläutern Sie diese. Beweisen Sie eines der Kriterien.
18. Wie ist die Exponentialfunktion definiert und wie sind ihre Eigenschaften?

19. Was besagt der Zwischenwertsatz und wie beweist man ihn?
20. Warum ist der Logarithmus stetig, differenzierbar? Formulieren Sie ein allgemeineres Prinzip.
21. Wann heißt eine Funktion (an einer Stelle) differenzierbar? Zeichnen Sie ein vielsagendes Bild.
22. Geben Sie Ableitungsregeln an und beweisen Sie diese!
23. Wie lassen sich Monotonieeigenschaften differenzierbarer Funktionen mit Hilfe der Ableitung ausdrücken?
24. Was besagt der Satz von Rolle? Skizzieren Sie den Beweis und geben Sie Anwendungen.