3. Stabilität selbstgravitierender Kugeln

Stabilisierungsproblem

Virialsatz

Druck und Zustandsgleichungen

Lane - Emden - Gleichung

Weiße Zwerge, Braune Zwerge und Planeten

Neutronensterne

Energieerzeugung und Energietransport

Physik des Sterninneren: Beiträge

1870-1907 **J.H. Lane** (1870), **A. Ritter** (1878), **Lord Kelvin** (1887), **R. Emden** (1907, Buch "Die Gaskugeln"): **THERMODYNAMIK** der stellaren Gaskugel, Gleichgewicht Gasdruck-Gravitation

1905/13 **E. Hertzsprung** unabhängig **H.N. Russel**: Spektraltyp-Leuchtkraft-Diagramm → Aufbau und Entwicklung der Sterne von inneren Abläufen bestimmt

1919/20 **H.N. Russel**, **J. Perrin**, **A.S. Eddington**: thermonukleares Wasserstoffbrennen als einzig mögliche stellare Energiequelle

1924 **A.S. Eddington**: Masse-Leuchtkraft-Beziehung aus der Sterntheorie erhalten

1926 **A.S. Eddington**: Buch "The Internal Constitution of the Stars", Einbeziehung von Strahlungsdruck und Bohrscher **QUANTENTHEORIE**

1937/39 **H.A. Bethe**, **C.F. v.Weizsäcker**: Reaktionen 4p → He^4 durch p-p-Kette und CNO-Zyklus

W.H. Fowler: Berechnung der Wirkungsquerschnitte der Kernreaktionen in Sternen, **KERNPHYSIK**

1939 **S. Chandrasekhar**: mathematische Theorie des Sterninneren

1975 **R. Davis**: Beginn der Messung des Neutrinostromes aus des solaren Heliumsynthese

Das ganze Problem: Gekoppelte Differentialgleichungen

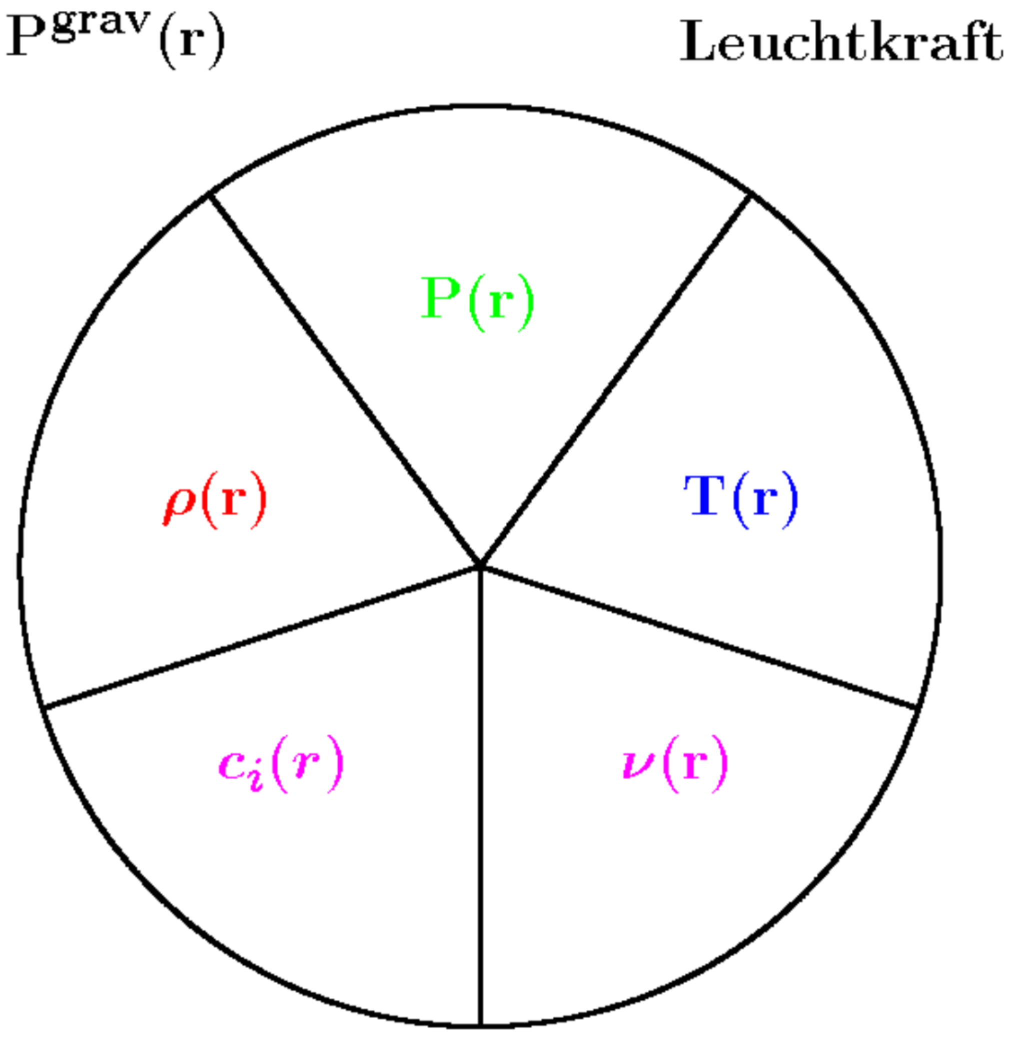
Forderungen:

$P^{grav}(r)$ ergibt sich aus $\rho(r)$

$P(r)$ kompensiert $P^{grav}(r)$

Energieproduktion $\nu(r)$ und Temperaturverlauf $T(r)$ sichern die Leuchtkraft

$c_i(r)$ Kozentrationen der Nuklide



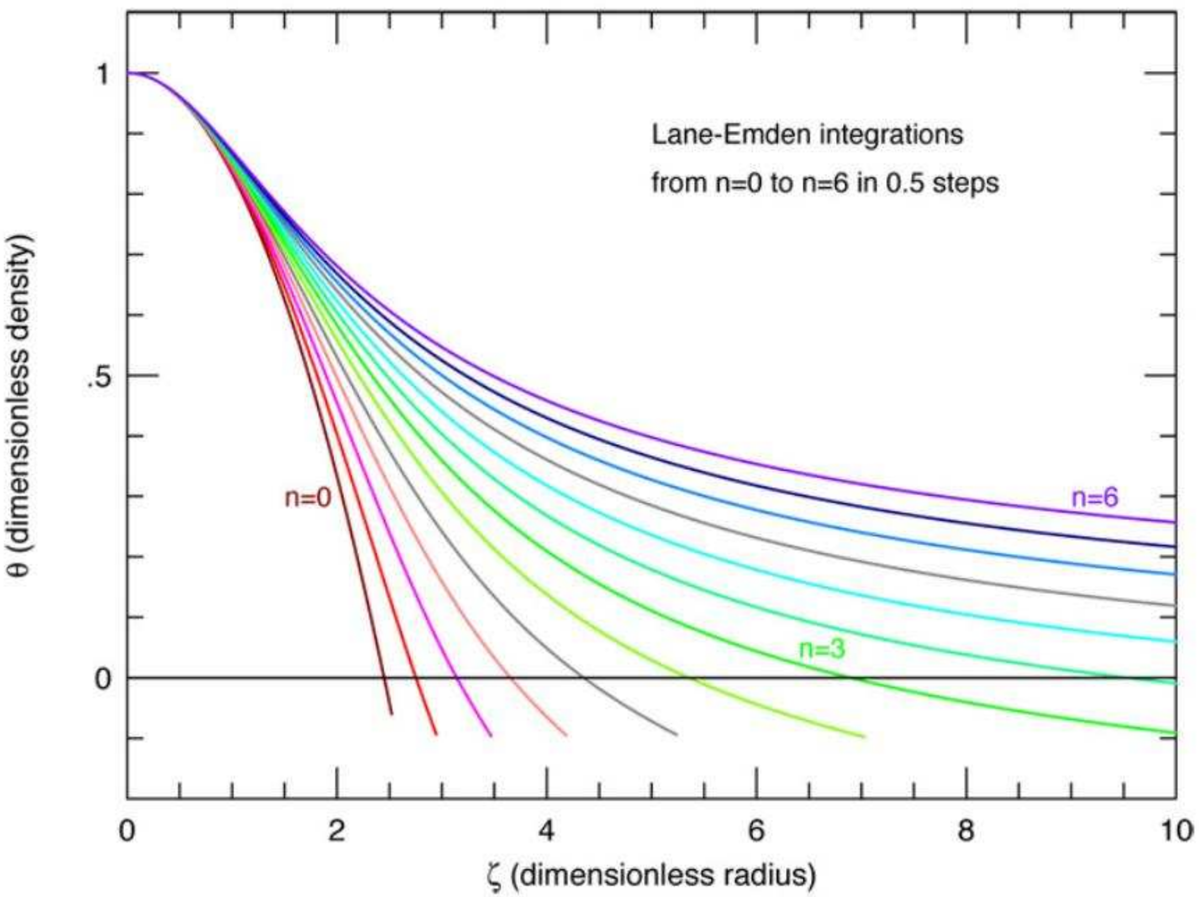
3.4 Lane-Emden-Gleichung

Lane-Emden-Gleichung: Universelle Funktion $\Theta(\xi)$

Polytrope Sternmodelle nach Vorgabe des Polytropenparameters n

Integration der Lane-Emden-Gleichung mit den Startbedinungen $\Theta(0) = 1$ und $\Theta'(0) = 0$.

Für die Sonne ($n = 3$) findet man durch Auswertung der Oberflächen-Bedingung $\Theta(\xi_1) = 0$ den Wert $\xi_1 = 6.8969$.



http://www.cococubed.com

Lane-Emden-Gleichung: Druck und Dichte im Zentrum

Die Oberfläche ist durch $\Theta(\xi_1) = 0$ festgelegt.

Aus $\frac{\partial\Theta(\xi_1)}{\partial\xi_1}$ folgen Druck P_z und Dichte ρ_z im Zentrum:

$$P_z = \frac{1}{4\pi(n+1)\Theta'(\xi_1)^2}\,\frac{GM^2}{R^4}$$

$$\approx 11\,\frac{GM^2}{R^4}$$

$$\rho_z = \frac{-3\,\Theta'(\xi_1)}{\xi_1}\,\overline{\rho}$$

$$\approx 54\,\overline{\rho}$$

Anmerkung: Vorfaktoren für n = 3 (Sonne), ϕ steht in der Tabelle für Θ

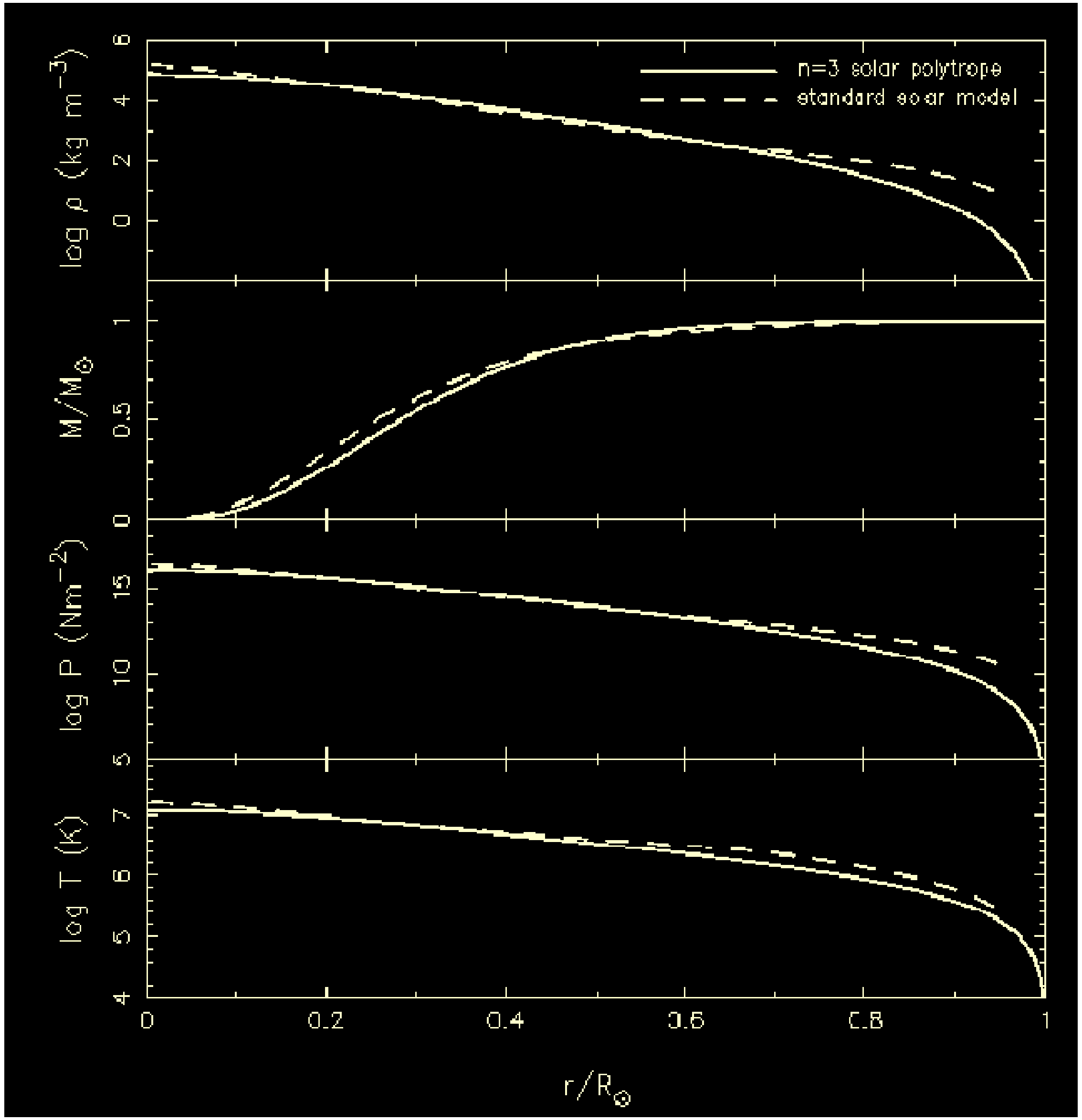
n	ξ_1	$-\xi_1^2(\frac{\partial\phi}{\partial\xi})_{\xi=\xi_1}$	$\frac{\rho_c}{\rho_{mittel}}$
0	2.4494	4.988	1.000
0.5	2.7528	3.7871	1.8361
1.0	3.1415	3.1415	3.2899
1.5	3.6537	2.7140	5.9907
2.0	4.3528	2.4110	11.402
2.5	5.3553	2.1872	23.406
3.0	6.8969	2.0182	54.1825
3.25	8.0189	1.9498	88.153
3.5	9.5358	1.8906	152.88
4.0	14.97155	1.7972	622.40
4.5	31.8365	1.7378	6189.5
5.0	∞	1.7320	∞

http://www.cococubed.com

Sonne: Lane-Emden-Gleichung und Standardmodell

Polytropes Sonnenmodell (n = 3, 1 Sonnenmasse, volle Linien) im Vergleich zum Standardmodell (gestrichelt)

Dichteverlauf, eingeschlossene Masse beim Radius r, Druckverlauf, Temperaturverlauf



http://www.cococubed.com