SS 2014

http://www.tu-chemnitz.de/~peju/lehre/ana.html

1. Bestimmen Sie die erste Ableitung folgender Funktionen mit Hilfe der Definition:

(a) 
$$f(x) = x^3$$
 (b)  $f(x) = \sin 2x$ 

2. Bestimmen Sie die erste Ableitung folgender Funktionen (im natürl. Definitionsgebiet):

(a) 
$$f(x) = \frac{4}{\sqrt[4]{x^3}} - \frac{1}{3\sqrt[6]{x^7}}$$
  $(x > 0)$  (b)  $f(x) = x^3(x^2 - 1)^2$ 

(c) 
$$f(x) = \left(\frac{x-a}{x+a}\right)^n$$
  $(x \neq -a, n \in \mathbb{N})$  (d)  $f(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$   $(x > 0)$ 

(e) 
$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$$
  $(x > 0)$  (f)  $f(x) = x \ln\left[x + \sqrt{1 + x^2}\right] - \sqrt{1 + x^2}$ 

(g) 
$$f(x) = \sin(\cos x^2)$$
 (h)  $f(x) = x^{a^a}$   $(a, x > 0)$  (i)  $f(x) = x^x$   $(x > 0)$ 

3. Berechnen Sie die n-te Ableitung von

(a) 
$$f(x) = \ln x$$
, (b)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ , (c)  $f(x) = \cos x$ , (d)  $f(x) = e^{-ax}$ .

- 4. Zeigen Sie, dass die erste Ableitung einer geraden bzw. ungeraden Funktion ungerade bzw. gerade ist.
- 5. Bestimmen Sie die Zahlen a und b so, dass die folgenden Funktionen im Punkt  $x=x_0$  differenzierbar sind:

(a) 
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x \le x_0 \\ ax + b & : x > x_0 \end{cases}$$
 (b)  $f(x) = \begin{cases} g(x) & : x \le x_0 \\ ax + b & : x > x_0 \end{cases}$  (g differential different

6. Berechnen Sie mit Hilfe der Regel von l'Hospital folgende Grenzwerte:

(a) 
$$\lim_{x \to a} \frac{(x^n - a^n) - n \, a^{n-1}(x - a)}{(x - a)^2}$$
  $(n \in \mathbb{N})$  (b)  $\lim_{x \to 0} x \cot x$  (c)  $\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^2}$ 

(d) 
$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$$
 (e)  $\lim_{x \to 0} \left( \frac{a^{x+1} + b^{x+1} + c^{x+1}}{a + b + c} \right)^{\frac{1}{x}}$   $(a, b, c > 0)$ 

- 7. Lösen Sie die mit (HA) gekennzeichneten Aufgaben der 10. und 11. Übung.
- (**Z**) Ermitteln Sie die *n*-te Ableitung von  $f_n(x) = x^{n-1}e^{x^{-1}}$ .