Analysis II, 13. Hausaufgabe

Abgabetermin: 24./25.06.2014

SS 2014 http://www.tu-chemnitz.de/∼peju/lehre/ana.html

---

1. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die von den Graphen der Funktionen $x = 0$, $y = \cos^2 x$ und $y = \sin^2 x$ begrenzt wird.

2. Für welche $x > 0$ gilt $\displaystyle\int_x^1 \frac{dt}{1+t^2} = \int_1^{\frac{1}{x}} \frac{dt}{1+t^2}$?

3. Lösen Sie die mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 16. Übung.

4. Let $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ be a continuous and non-decreasing function. Prove that all of its antiderivatives are convex.

5. Bestimmen Sie die Ober- und Untersummen von $f(x) = x^2$ zu äquidistanten Zerlegungen des Intervalls $[0, a]$, $0 < a$. Berechnen Sie so das Integral $\int_0^a x^2\, dx$.

6. Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}$ und $[x] \in \mathbb{Z}$ mit $[x] \leq x < [x] + 1$

   (a) $\displaystyle\int_0^n x\, d[x]$, (b) $\displaystyle\int_0^n [x]\, dx$.