Analysis II, 10. Hausaufgabe

Abgabetermin: 27./28.05.2014

SS 2014 http://www.tu-chemnitz.de/∼peju/lehre/ana.html

---

1. Man zeige: Ist $f : (a, b) \longrightarrow \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar, so gilt

$$f''(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} \,.$$

2. Lösen Sie die mit **(HA)** gekennzeichneten Aufgaben der 13. Übung.

3. Gegeben sei die Funktion $f : [-2, 3] \longrightarrow \mathbb{R}\,,\ x \mapsto 3x - x^3\,.$

   (a) Man bestimme Maximum und Minimum der Funktion f.

   (b) Gilt $\left|3x - x^3\right| < 2 \ \forall\, x \in (-2, 2)$?

4. In welchen Intervallen ist die Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ monoton und wo liegen ihre Extremwerte?

   (a) $f(x) = (x+2)^2(x-1)^3$ (b) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$ (c) $f(x) = x\,e^{-x}$

5. Das "Jüngste Gericht" – eines der Hauptwerke von Michelangelo (1475-1564) – schmückt die Altarwand der Sixtinischen Kapelle in Rom. Das Fresko ist annähernd rechteckig, etwa 10 Meter breit und 12 Meter hoch. Zwei Meter tiefer als der untere Rand des Gemäldes möge sich das Auge eines Kunstliebhabers befinden. Welchen Ort in der Kapelle sollte er als einen günstigen Standpunkt zur Betrachtung des Kunstwerkes wählen, damit das Bild unter einem möglichst großen Blickwinkel erscheint? (Hinweis: benutzen Sie, dass $g(x) = \tan x$ streng monoton wachsend ist.)