

1. a) Ein Kapital vervierfacht sich innerhalb von 20 Jahren (bei Zinseszins). Welcher Zinssatz liegt zugrunde?
b) Christin entscheidet sich, Finanzierungsschätze der Bundesbank im Nennwert von 2 000 € zu kaufen (Laufzeit 2 Jahre, Rendite z. Zt. 3,61 %). Wieviel hat sie dafür zu zahlen?
2. Der Verkäufer eines Hauses erhielt zwei Angebote:
A: 100 000 € bar, 150 000 € in 3 und 120 000 € in 5 Jahren;
B: 70 000 € bar, 170 000 € in 4 und 150 000 € in 7 Jahren.
Wofür wird sich der Verkäufer entscheiden (Kalkulationszinssatz von $p = 6$ vorausgesetzt)?
3. Ein Sparkassenkunde zahlt 3 Jahre hintereinander jeweils zu Jahresbeginn einen Betrag B auf ein Sparkonto ein, das mit 3 Prozent jährlich verzinst wird. Am Ende des 3. Jahres erhält er einen Treuebonus in Höhe von 3 % auf **alle eingezahlten Beträge**.
a) Über welche Summe kann er am Ende des 3. Jahres verfügen?
b) Welchem Effektivzinssatz p_{eff} entspricht der beschriebene Sparplan?
4. Herr Dr. Latzinger stiftet einen Preis für die beste Mathematiklausur eines Wiwistudenten der TU Chemnitz. Am 1.1.94 stellte er dafür eine Summe von x € zur Verfügung, die vom Dekan der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften zu 6 % jährlicher Verzinsung angelegt wurde.
a) Jeweils am Jahresende wird der Preis in stets gleichbleibender Höhe von 500 € überreicht. Welche Summe hat Herr Dr. L. gestiftet?
b) Am 1.1.1996 erhöhte Herr Dr. Latzinger die Stiftungssumme auf 20 000 €. Wieviel erhalten die glücklichen Preisträger in jedem Jahr, wenn weiterhin mit 6 % verzinst wird und der Preis jeweils zum 1.1. (erstmal 1996) verliehen wird?
5. Ein Auto wird auf Leasingbasis zu folgenden Bedingungen erworben: Sofortanzahlung 5 000 €, 3 Jahre lang monatliche Raten in Höhe von 340 € (zahlbar nachschüssig), nach 3 Jahren Kauf zum Restwert von 6 000 €. Kommt der Käufer bei dem vorliegenden Leasingangebot und einem Kalkulationszinssatz von 7 % günstiger als wenn er sofort den Neupreis in Höhe von 21 000 € zahlen würde?
6. Ein Darlehen von € 50 000 muss mit 6 % p. a. verzinst werden, wird aber nur zu 94 % ausgezahlt. Welche Restschuld verbleibt nach 3 Jahren, wenn die anfängliche Tilgung 1 % der Darlehenssumme beträgt und die Rückzahlung mittels Annuitätentilgung erfolgt?
Zusatz. Welcher anfängliche effektive Jahreszinssatz liegt der Vereinbarung zugrunde?

Lösungen

1. a) Anwendung der Zinseszinsformel: 7,18 %
b) Anwendung der Barwertformel der Zinseszinsrechnung: $K_0 = 1863,06$ €
2. Barwertvergleich beider Angebote: $B_A = 315613,84$, $B_B = 304414,51$. Das Angebot A ist das bessere (obwohl die Gesamtzahlungen bei B um 20 000 € höher liegen), was an den späteren Zahlungsterminen liegt.
3. Endwertformel der vorschüssigen Rente zuzüglich Bonus:

$$E = Bq \frac{q^3 - 1}{q - 1} + 0,09B = 3,273627 \cdot B.$$

Zusatz. Ansatz $B \cdot q_{\text{eff}} \cdot \frac{q_{\text{eff}}^3 - 1}{q_{\text{eff}} - 1} = 3,273627 \cdot B \implies q_{\text{eff}} = 1,0443$. Damit gilt $p_{\text{eff}} = 4,43$, wobei die Lösung mittels eines beliebigen numerischen Näherungsverfahrens zu ermitteln ist.

4. a) $x = 8\,333,33$ € berechnet.
b) Aus $B_{\infty}^{\text{vor}} = \frac{rq}{q-1}$ folgt $r = B_{\infty}^{\text{vor}} \cdot \frac{q-1}{q} = 20\,000 \cdot \frac{0,06}{1,06} = 1132,08$ €.
5. Wegen $B = 5000 + 340(12 + 5,5 \cdot 0,07) \frac{1,07^3 - 1}{1,07^3 \cdot 0,07} + \frac{6\,000}{1,07^3} = 20\,948,52$ € ist das Leasingangebot etwas günstiger als der Kauf.
6. Es gilt die Restschuldformel $S_k = S_0 q^k - A \frac{q^k - 1}{q - 1}$, die für $S_0 = 50\,000$, $q = 1,06$, $k = 3$ und $A = 0,07 \cdot 50\,000 = 3500$ den Wert $S_3 = 48\,408,20$ € ergibt. (Die Restschuld nach 3 Jahren ist also höher als die anfangs ausgezahlte Summe von 47 000 €)

Zusatz. Ansatz

$$S_0^B \cdot q^k - A \frac{q^k - 1}{q - 1} = S_0^N \cdot q_{\text{eff}} - A \frac{q_{\text{eff}}^k - 1}{q_{\text{eff}} - 1}.$$

Zur Berechnung von q_{eff} ist dann eine Polynomgleichung höheren Grades zu lösen, die für die konkreten Werte $q_{\text{eff}} = 1,0837$ bzw. $p_{\text{eff}} = 8,37$ liefert.