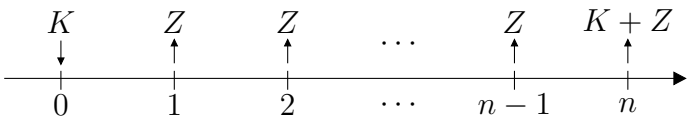
Jens Rückert
Rh 41/613
Tel: 53136623

Lösung zur vierten Aufgabe

Aufgabe: Ein Bürger beauftragt seine Sparkasse, ihm für 3 000 € Bundesobligationen (Laufzeit 5 Jahre, jährliche Zinszahlungen in Höhe von 4,80 % des Nominalkapitals, nach 5 Jahren Rückzahlung des Nominalkapitals) bei der Bundesbank zu kaufen.



Da diese zur Zeit einen Ausgabekurs von 100 aufweisen, wird ihre Rendite ebenfalls mit 4,80 % angegeben. Der Sparkassenangestellte, der gern ein Produkt des eigenen Hauses an den Mann bringen möchte, preist dagegen Sparkassenkapitalbriefe mit derselben Laufzeit und jährlichen Zinszahlungen von 4,60 % mit den Worten an: „Die Rendite der Sparkassenkapitalbriefe ist beträchtlich **höher** als 4,60 % (und auch höher als 4,80 %), denn Sie können die ausgezahlten Zinsen ja wieder anlegen.“ Stimmt das?

Lösung: Abgesehen davon, dass beide Produkte dieselbe Struktur der Zahlungsströme aufweisen (weswegen der direkte Vergleich beider sofort zu Gunsten der Bundesobligationen ausfällt), soll nachstehend durch Anwendung des Äquivalenzprinzips nachgeweisen werden, dass die Rendite p_{eff} in beiden Fällen gleich dem Nominalzinssatz $p = p_{\text{nom}}$ ist. Dabei wird von dem in der Abbildung dargestellten, etwas allgemeineren Zahlungsstrom ausgegangen.

Folgendes ist bekannt:

$$\begin{aligned}
\text{Zinsen :} \quad Z &= K \cdot \frac{p}{100} = K \cdot i \\
\text{ferner gilt:} \quad q_{eff} &= 1 + \frac{p_{eff}}{100} \\
\text{Barwert aller Einzahlungen:} \quad K & \\
\text{Barwert aller Auszahlungen:} \quad B &= \frac{K}{q_{eff}^n} + Z \cdot \frac{q_{eff}^n - 1}{q_{eff}^n (q_{eff} - 1)}
\end{aligned}$$

Durch Gleichsetzen des Barwertes aller Auszahlungen mit dem Barwert aller Einzahlungen erhalten wir :

$$\begin{aligned}
1 &= \frac{1}{q_{eff}^n} \left(1 + i \frac{q_{eff}^n - 1}{q_{eff} - 1} \right) \\
\Rightarrow 1 &= \frac{i}{q_{eff} - 1} \ \forall p_{eff} \neq 0 \\
\Rightarrow q_{eff} &= 1 + i \text{ , also} \\
p_{eff} &= p_{nom}
\end{aligned}$$

□