

Mathematik III für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!  
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Vorlesungsskripts der 3 Semester ohne Anhänge, Taschenrechner

1. (6 Punkte)  
Untersuchen Sie das Vektorfeld  $\vec{u}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \cos x \sin y \sin z \\ \sin x \cos y \sin z \\ \sin x \sin y \cos z \end{pmatrix}$  auf Quellen- und Wirbelfreiheit! Handelt es sich um ein Potenzialfeld? Bestimmen Sie ggf. sein Potenzial!

2. (6 Punkte)  
Ermitteln Sie die allgemeine Lösung des Differenzialgleichungssystems  $\begin{matrix} \dot{x} = 2x + 2y \\ \dot{y} = -\frac{3}{2}x + 6y \end{matrix} !$

3. (9 Punkte)  
Sei  $f(x,y) = x^4 - 4xy^3 + 96y + 72$ .  
a) Untersuchen Sie die Funktion auf stationäre Punkte und Extremwerte!  
b) In der Umgebung von  $(x,y) = (2, -1)$  sei durch  $f(x,y) = 0$  eine Funktion  $y = \varphi(x)$  definiert. Ermitteln Sie durch implizite Differenziation einen Näherungswert für  $\varphi(2.01)$  !

4. (10 Punkte)  
Die über dem Intervall  $-\pi \leq t \leq \pi$  durch  $f(t) = \begin{cases} 0, & |t| < \frac{\pi}{2} \\ |t|, & \frac{\pi}{2} \leq |t| \leq \pi \end{cases}$  definierte Funktion werde periodisch auf die gesamte reelle Achse fortgesetzt. Die so entstandene Funktion soll überall mit  $f(t)$  bezeichnet werden.  
a) Skizzieren Sie die periodisch fortgesetzte Funktion!  
b) Entwickeln Sie die Funktion  $f(t)$  in eine Fourierreihe, berechnen Sie die Fourierkoeffizienten bis  $k=2$  !  
c) Gegen welche Funktion konvergiert die Fourierreihe?

5. (9 Punkte)  
Ein Hohlkörper sei von den Flächen  $z = 2 - e^{\sqrt{x^2+y^2}}$  und von der  $x$ - $y$ -Ebene begrenzt, seine Außenhaut bestehe aus Material der Dichte  $\rho(x,y,z) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1 + e^{2\sqrt{x^2+y^2}}}}, & z > 0 \\ \frac{1}{\sqrt{5}}, & z = 0 \end{cases}$ .  
Skizzieren Sie den Körper und berechnen Sie seine Masse!

Zusatz (+5 Punkte)

Während des Sommersemesters lag in der Mensa eine Zeit lang ein Magazin aus, auf dessen Rücktitel eine Firmengruppe mit nebenstehender Darstellung warb. Kommentieren Sie diese Darstellung und erläutern Sie sie jemandem, der von Mathematik weniger versteht als Sie!

