

Mathematik III für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript ohne Anhang, Taschenrechner

1. (6 Punkte)

Ermitteln Sie die allgemeine Lösung des Differenzialgleichungssystems $\dot{x} = 8x - 6y$
 $\dot{y} = -6x + 17y$!

2. (8 Punkte)

Sei $f(x, y) = 8x^2 - 12xy + 17y^2 - 36x + 2y$.

a) Ermitteln Sie die Extremstellen!

b) Durch $f(x, y) = 0$ sei in der Umgebung des Punktes $(x, y) = (0, 0)$ eine Funktion $y = \varphi(x)$ definiert. Bestimmen Sie durch implizite Differenziation $\varphi'(0)$ und mit Hilfe dieser Ableitung einen Näherungswert für $\varphi(0.0001)$!

3. (3 Punkte)

Sei $f(x, y, z) = 1 - 2x^2 - 3y^2$. Berechnen Sie $\text{grad } f$, $\text{div grad } f$ und $\text{rot grad } f$!

4. (11 Punkte)

Die Funktion $f(x) = \begin{cases} -3, & -2 < x \leq -1 \\ -1, & -1 < x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 1 \\ 3, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ werde 4-periodisch fortgesetzt.

a) Skizzieren Sie die Funktion!

b) Entwickeln Sie die Funktion in eine Fourierreihe!

c) Gegen welche Funktion konvergiert die Fourierreihe?

5. (12 Punkte)

Betrachtet wird der von den Flächen $z=0$, $z=18-2x^2-2y^2$ und $x^2+y^2=4$ begrenzte Körper.

a) Skizzieren Sie den Körper!

b) Der Körper bestehe aus Material der Dichte $\rho(x, y, z) = \frac{1}{2} \frac{1}{3 + \sqrt{x^2 + y^2}}$. Berechnen Sie seine Masse!

c) Berechnen Sie die Oberfläche des Körpers!

Zusatz (+5 Punkte)

Lösen Sie die Anfangswertaufgabe $y''(x) + 36y(x) = 6$, $y(0) = y'(0) = 0$ mit Hilfe der Laplacetransformation!