

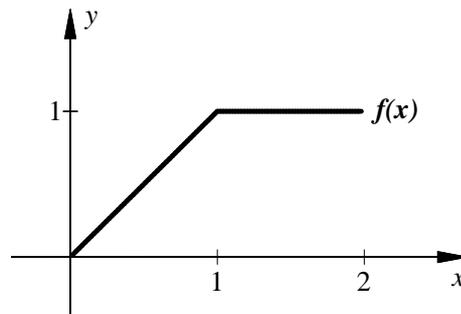
Mathematik III für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript ohne Anhang, Taschenrechner

Über dem Intervall $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 2\}$ sei die in der Abbildung dargestellte Funktion $f(x)$ definiert, unter Einschluss des Koordinatenursprungs werde ihr Graph als Kurve C bezeichnet.



1. (7 Punkte)

Die Kurve C sei mit Masse der Dichte $\rho(x, y) = 1 + x + y$ belegt. Berechnen Sie ihre Masse!

2. (8 Punkte)

Berechnen Sie für die Kraftfelder

a) $\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} x + y \\ -x \end{pmatrix}$ und b) $\mathbf{F}(x, y) = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$

welche Arbeit erforderlich ist, um einen Punkt der Masse 1 längs der Kurve C von $(0, 0)$ nach $(2, 1)$ zu bewegen! Welches der Felder ist konservativ? Geben Sie für dieses auch die potenzielle Energie an!

3. (10 Punkte)

Die Funktion $f(x)$ werde 2-periodisch auf die gesamte reelle Achse fortgesetzt.

a) Berechnen Sie die Fourierreihe dieser Funktion!

b) Gegen welche Funktion konvergiert die Fourierreihe?

c) (**Zusatzaufgabe**, +3 Punkte) Geben Sie die komplexe Form der Fourierreihe an!

4. (7 Punkte)

Die Funktion $f(x)$ werde außerhalb des Intervalls $\{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 2\}$ durch 0 auf die gesamte reelle Achse fortgesetzt. Berechnen Sie die Laplacetransformation dieser Funktion!

Nun noch eine Aufgabe, die nichts mit der oben abgebildeten Funktion $f(x)$ zu tun hat:

5. (8 Punkte)

Lösen Sie die Anfangswertaufgabe $y'' + 49y = 130 e^{4x}$, $y(0) = y'(0) = 0$!