

Mathematik III für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

**Allgemeine Hinweise:** Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!  
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

**Zugelassene Hilfsmittel:** gedruckte Formelsammlung, Skript ohne Anhang, Taschenrechner

1. (10 Punkte)

Ermitteln Sie für die lineare Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - 1 &\rightarrow \max \\ 4x_1 + x_2 &\leq 30 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 18 \\ x_1 \geq 0, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

die optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert mit dem Simplexalgorithmus!

2. (12 Punkte)

Ein Vektorfeld sei durch  $\mathbf{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3x^2yz + y^2z^3 + 1 \\ x^3z + 2xyz^3 + z \\ x^3y + 3xy^2z^2 + y + 2z \end{pmatrix}$  gegeben.

- a) Zeigen Sie, dass es sich ein Potenzialfeld handelt!
- b) Berechnen Sie das Potenzial des Feldes!
- c)  $\mathbf{F}(x, y, z)$  sei ein Kraftfeld. Berechnen Sie die Arbeit, die erforderlich ist, einen Punkt der Masse 1 in diesem Feld von  $(1, 1, 1)$  nach  $(1, -2, 2)$  zu bewegen!

3. (8 Punkte)

Berechnen Sie die Masse einer Kugel mit Radius 3 um den Koordinatenursprung, wenn deren Dichte vom Koordinatenursprung aus nach der Formel  $\rho(x, y, z) = 10 - x^2 - y^2 - z^2$  fällt!

**Hinweis:** Übergang zu Kugelkoordinaten zweckmäßig

4. (10 Punkte)

Lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$y'''(x) - 7y''(x) - 18y'(x) = 0, \quad y(0) = -29, \quad y'(0) = 49, \quad y''(0) = 1 \quad !$$

**Zusatz** (+4 Punkte)

Ermitteln Sie den Wert des Integrals  $\iint_S (3y + 2z) \, dx \, dy$  über der Außenseite des Zylinders  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -1 \leq z \leq 2\}$  !