

Mathematik III für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Zugelassene Hilfsmittel: alle schriftlichen Unterlagen, nichtprogrammierbare Taschenrechner (ohne Grafikdisplay)

Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!

1. (6 Punkte)

Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung $y'' + y' - 56y = 56$!

2. (11 Punkte)

Ermitteln Sie die Extrema der Funktion $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y$ über dem Kreis $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = \frac{1}{5}$!

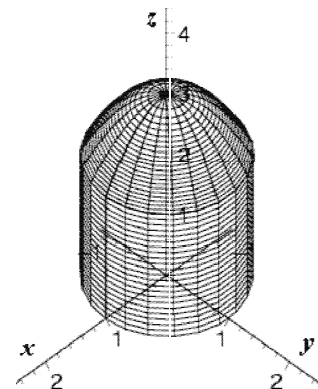
3. (6 Punkte)

Diskutieren Sie die Unterschiede zwischen Fourier- und Taylorentwicklung von Funktionen einer reellen Veränderlichen!

4. (8 Punkte)

a) Berechnen Sie das Volumen des über dem Einheitskreis der kartesischen x - y -Ebene errichteten Zylinders der Höhe $3 - x^2 - y^2$!

b) Bekanntlich hat die Einheitskugel das Volumen $\frac{4}{3}\pi$.
Verifizieren Sie dies mit Hilfe eines Doppelintegrals!



5. (9 Punkte)

In einer Stadt gibt es 100 Bäcker B_i ($i = 1, \dots, 100$). Jeder von ihnen verkauft in seinem Laden x_i Brötchen, von denen er $10/12$ selbst herstellt, während er je $1/12$ von seinen Nachbarkollegen B_{i-1} und B_{i+1} bezieht. Dabei habe der Bäcker B_1 die Nachbarn B_{100} und B_2 sowie der Bäcker B_{100} die Nachbarn B_{99} und B_1 .

Die Bäcker B_1 bis B_{50} stellen je 1000 Brötchen, die Bäcker B_{51} bis B_{100} stellen je 2000 Brötchen her. Es wird angenommen, dass alle hergestellten Brötchen auf die beschriebene Weise auch verkauft werden.

- a) Stellen Sie das Gleichungssystem zur Bestimmung der x_i auf!
- b) Geben Sie für dieses Gleichungssystem die Iterationsvorschrift des Jacobischen Gesamtschrittverfahrens an!
- c) Begründen Sie die Konvergenz dieses Verfahrens!
- d) Um eine Startnäherung für die Jacobiiteration zu erhalten, wird angenommen, dass jeder Bäcker seine Produktion vollständig im eigenen Laden verkauft. Führen Sie von dieser Startnäherung ausgehend einen Jacobiiterationsschritt aus!
- e) Berechnen Sie für x_{50} und x_{51} auch das Ergebnis des zweiten Jacobiiterationsschritts!