

Mathematik II für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript ohne Anhang, Taschenrechner

1. (7 Punkte)

In der x - y -Ebene werde die Gerade $3x+2y=6$ betrachtet.

- Geben Sie die Gleichung der Gerade in Parameterform an!
- Geben Sie die zur Geradenrichtung orthogonale Richtung an!
- Geben Sie die Geradengleichung der Lots vom Punkt $P=(1,2)$ auf die Gerade an, bestimmen Sie den Lotfußpunkt und den Abstand des Punktes P von der Geraden!

2. (7 Punkte)

Lösen Sie mit dem Simplexalgorithmus die Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &\longrightarrow \min \\ -2x_1 + 2x_2 &\leq 1 \\ -x_1 + 4x_2 &\leq 5 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \quad ! \end{aligned}$$

3. (10 Punkte)

Führen Sie für die Kurve $22x^2 + 12xy + 17y^2 + 52\sqrt{13}x = 0$ die Hauptachsentransformation aus, klassifizieren Sie sie und zeichnen Sie sie im transformierten Koordinatensystem!

In einer Möbelfabrik werden aus Holz, Metall und Stoff Tische, Bänke und Stühle produziert, die einzeln bzw. als Sitzgruppen verkauft werden. Für einen Tisch werden 12 Einheiten Holz und 3 Einheiten Metall, für eine Bank 6 Einheiten Holz, 2 Einheiten Metall und 5 Einheiten Stoff, für einen Stuhl 2 Einheiten Holz, 1 Einheit Metall und 2 Einheiten Stoff benötigt. Eine Sitzgruppe A besteht aus einem Tisch und vier Stühlen, eine Sitzgruppe B aus einem Tisch, einer Bank und drei Stühlen.

4. (6 Punkte)

- Geben Sie die Verflechtungsmatrizen für den Zusammenhang von Ausgangsmaterial und Einzelprodukten und für den Zusammenhang von Einzelprodukten und Sitzgruppen an und bestimmen Sie aus diesen durch Matrizenmultiplikation die Verflechtungsmatrix für den Zusammenhang von Ausgangsmaterial und Sitzgruppen!
- Ein Kunde bestellt 40 Sitzgruppen A, 60 Sitzgruppen B und zusätzlich 10 Bänke. Ermitteln Sie unter Verwendung der Verflechtungsmatrizen aus a), welche Mengen der Ausgangsmaterialien benötigt werden!

5. (10 Punkte)

Für die Herstellung von y_1 Sitzgruppen A, y_2 Sitzgruppen B sowie zusätzlich x_1 Tischen, x_2 Bänken und x_3 Stühlen sollen 22 Einheiten Holz, 8 Einheiten Metall und 10 Einheiten Stoff vollständig verbraucht werden.

- Stellen Sie das mathematische Modell auf!
- Lösen Sie das Gleichungssystem für x_1, x_2, x_3, y_1, y_2 mit dem Gaußalgorithmus zunächst ohne Rücksicht auf Ganzzahligkeits- und Nichtnegativitätsforderungen! Stellen Sie die Lösung dabei so dar, dass y_1 und y_2 frei gewählt werden können.

bitte wenden!

- c) Nun soll gesichert werden, dass weder die Anzahl der herzustellenden Sitzgruppen noch die der zusätzlich herzustellenden Einzelprodukte negativ wird. Wie sind y_1 und y_2 in der Lösung von b) zu wählen, damit das gesichert wird?
- d) Schließlich soll noch gesichert werden, dass die Anzahl der herzustellenden Sitzgruppen und zusätzlichen Einzelprodukte ganzzahlig ist. Welche Lösungen sind möglich?

Zusatz (+5 Punkte)

In dem Gleichungssystem $x_1 = y_1$, $x_3 = y_2$, $x_2 = y_3$, $ax_3 + bx_4 = y_4$ seien y_i ($i = 1, 2, 3, 4$) gegeben und x_i ($i = 1, 2, 3, 4$) gesucht. Notieren Sie das Gleichungssystem in Matrixschreibweise, bestimmen Sie mit dem Gaußschen Algorithmus die Inverse der Koeffizientenmatrix und notieren Sie mit Hilfe dieser Inversen die Lösung des Gleichungssystems!