

Mathematik II für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript ohne Anhang, Taschenrechner

1. (5 Punkte)

Lösen Sie die lineare Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &\longrightarrow \min \\ 2x_1 + 5x_2 &\leq 10 \\ -x_1 + 3x_2 &\geq 3 \\ x_1 \geq 2, \quad x_2 &\geq 0 \quad ! \end{aligned}$$

2. (11 Punkte)

Ein Unternehmen stellt unter Verwendung von 3 Rohstoffen 3 Erzeugnisse her, wobei der Verbrauch an den einzelnen Rohstoffen gewisse Fonds nicht überschreiten darf:

in gewissen Einheiten	Erzeugnis A	Erzeugnis B	Erzeugnis C	Fonds
Bedarf an Rohstoff 1 je Stück	1	2	3	3
Bedarf an Rohstoff 2 je Stück	2	3	1	12
Bedarf an Rohstoff 3 je Stück	3	1	2	12
Gewinn je Stück	4	3	3	

Unter den vorgegebenen Bedingungen soll der Gewinn maximiert werden.

- a) Stellen Sie das mathematische Modell der Optimierungsaufgabe auf!
- b) Lösen Sie die Optimierungsaufgabe mit dem Simplexalgorithmus! Wie viele der einzelnen Erzeugnisse sind herzustellen, welcher Gewinn ist erzielbar?
- c) Welche Bedeutung haben die mit dem Simplexalgorithmus ermittelten Werte der Schlupfvariablen in der optimalen Lösung?

3. (9 Punkte)

Gegeben sei die Fläche $9x^2 + 9y^2 + 8z^2 - 12xz - 12yz = 153$.

- a) Führen Sie die Hauptachsentransformation durch!
- b) Um was für eine Fläche handelt es sich?
- c) Skizzieren Sie die Fläche im transformierten Koordinatensystem!

4. (6 Punkte)

In einer Flüssigkeitsströmung mit der Geschwindigkeit $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ befinde sich ein viereckiger Rahmen mit den Eckpunkten $(1, 2, 3)$, $(3, -1, 4)$, $(6, 1, 4)$ und $(4, 4, 3)$ (alle Koordinaten in Meter). Wieviel Liter Flüssigkeit fließen pro Sekunde durch den Rahmen?

5. (9 Punkte)

Für die Produktion von 3 Sorten Mischbrot werden Mischungen von Roggen- und Weizenmehl im Verhältnis 60:40, 70:30 und 80:20 hergestellt. Welche Mengen der drei Mehlmischungen müssen hergestellt werden, um 2 t Roggenmehl und 700 kg Weizenmehl vollständig zu verbrauchen?

bitte wenden!

Zusatz (+3 Punkte)

Die Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ hat offensichtlich den zweifachen Eigenwert 1. Wie muss man den Parameter a wählen, damit zu diesem Eigenwert genau ein bzw. genau zwei linear unabhängige Eigenvektoren gehören?