

Mathematik II für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript ohne Anhang, Taschenrechner

1. (8 Punkte)

Für die Herstellung von Endprodukten E_1 , E_2 , E_3 und E_4 werden Baugruppen B_1 , B_2 und B_3 nach folgendem Schema benötigt:

	B_1	B_2	B_3
E_1	1	2	3
E_2	2	2	3
E_3	2	3	0
E_4	5	2	3

Es stehen 50 Baugruppen B_1 , 50 Baugruppen B_2 und 30 Baugruppen B_3 zur Verfügung. Wie viele der einzelnen Endprodukte sind daraus zu fertigen, wenn alle vorhandenen Baugruppen verwendet werden sollen?

2. (9 Punkte)

Gegeben sei die Matrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$.

- Sei $a = \frac{3}{4}$. Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren!
- Wie muss der Parameter a gewählt werden, damit \mathbf{A} einen doppelten Eigenwert hat? Berechnen Sie auch in diesem Falle Eigenwert und Eigenvektor!

3. (11 Punkte)

Gegeben seien die Punkte $A(1, 0, 1)$, $B(4, 4, 1)$, $C(-2, 0, 2)$, $D(7, -9, 39)$.

- Ermitteln Sie die Gleichung der Ebene E durch die Punkte A , B und C in parameterfreier Form!
- Bestimmen Sie die Geradengleichung des Lotes von D auf die Ebene E !
- Ermitteln Sie den Fußpunkt dieses Lotes und den Abstand zwischen dem Punkt D und der Ebene E !
- In welchem Winkel schneidet die Gerade durch die Punkte D und A die Ebene E ?

4. (12 Punkte)

Sei $f(x, y) = 10x^2 + 12xy + 10y^2 + 8x + 24y$, $x, y \in \mathbb{R}$.

- Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung!
- Ermitteln Sie die lokalen Extremstellen!
- Bei den Niveaulinien $f(x, y) = C$ der Funktion handelt es sich um Kurven 2. Ordnung. Führen Sie für diese die Hauptachsentransformation aus!
- Skizzieren Sie das Niveaulinienbild im transformierten Koordinatensystem!

Zusatz (+4 Punkte)

Ermitteln Sie auf der Kreislinie $x^2 + y^2 = 25$ diejenigen Punkte, deren Abstand vom Punkt $(2, 4)$ maximal bzw. minimal ist!