

Mathematik I für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript, Taschenrechner

1. (7 Punkte)

- a) Jemand möchte an seinem 61. Geburtstag und an den 29 folgenden Geburtstagen einem vorhandenen Kapital jeweils 20 000 € entnehmen. Wie hoch muss das Kapital am 60. Geburtstag sein, um bei einer Verzinsung von 4% p.a. diese Entnahmen zu ermöglichen?
- b) Angenommen, dieses Kapital wäre bei einer Verzinsung von ebenso 4% p.a. durch Raten gleicher Höhe, die am 21. Geburtstag und den 39 folgenden Geburtstagen geleistet wurden, angespart worden. Wie hoch müssten die Raten gewesen sein?

2. (6 Punkte)

Berechnen Sie $\frac{3^{300001} \cdot 4^{600002}}{(6 - \sqrt{12}i)^{600002}}$!

3. (3 Punkte)

Sei $a \neq 0$. Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^5 ax - 1}{\sin^2 ax}$!

4. (6 Punkte)

Sei $a > 0$. Berechnen Sie den Inhalt der von der Kurve $y = \left(\sin \frac{x}{2a}\right)^5 \cos \frac{x}{2a}$, $-a\pi \leq x \leq a\pi$ und der x -Achse begrenzten Fläche!

5. (13 Punkte)

Ein Verkehrsverbund befördert bei einem Preis von 1.60 € pro Fahrt 90 Millionen Fahrgäste pro Jahr. Die Elastizität der Nachfrage bezüglich des Preises betrage -0.2 .

- a) Welche relative Entwicklung der Nachfrage ist ungefähr zu erwarten, wenn der Preis von 1.60 € auf 1.70 € steigt?
- b) Wieviele Fahrgäste sind nach dieser Preiserhöhung pro Jahr ungefähr zu erwarten?
- c) Wie groß war der jährliche Erlös (Umsatz) vor der Preiserhöhung?
- d) Errechnen Sie aus der gegebenen Nachfrageelastizität die Elastizität des Erlöses bezüglich des Preises! Welche relative Entwicklung des Erlöses ist durch die angegebene Preiserhöhung ungefähr zu erwarten? Geben Sie den ungefähr zu erwartenden Erlös nach der Preiserhöhung an!
- e) Bestimmen Sie die Nachfragefunktion $N(p)$ unter der Annahme, dass es sich um eine lineare Funktion handelt, d.h. $N(p) = ap + b$ gilt!
- f) Ermitteln Sie mit Hilfe der in e) bestimmten Funktion die Nachfrage und den Erlös bei einem Preis von 1.70 € pro Fahrt! Vergleichen Sie die Ergebnisse mit denen von b) und d)! Kommentieren Sie das Resultat!

bitte wenden!

6. (5+4 Punkte)

Sei $f(x) = \ln(2x - 1)$.

- a) Entwickeln Sie $f(x)$ an der Stelle $x_0 = 1$ nach der Taylorschen Formel bis zum quadratischen Glied und berechnen Sie damit einen Näherungswert für $f(1.1)$!
- b) (**Zusatz**) Schätzen Sie mit Hilfe des Lagrangeschen Restgliedes den Fehler ab, der bei dieser Approximation von $f(1.1)$ entsteht! Vergleichen Sie die Abschätzung mit dem tatsächlichen Approximationsfehler!