

Mathematik I für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript, Taschenrechner

1. (5 Punkte)

Für ein Grundstück liegen 3 Kaufangebote vor:

- sofortige Zahlung von 70 000 €,
- Zahlung von 80 000 € in 3 Jahren,
- 10 jährliche Raten von 8400 €, wobei die 1. Rate sofort gezahlt werden soll.

Bestimmen Sie die Barwerte der 3 Angebote zum aktuellen Zeitpunkt bei einem Kalkulationszinssatz von 4% p.a.! Welches der Angebote ist für den Verkäufer das günstigste?

2. (5 Punkte)

Berechnen Sie $\frac{12^{333\,335}}{(\sqrt{3} + 3i)^{666\,666}}$!

3. (6 Punkte)

Sei $a \neq 0$. Berechnen Sie den Flächeninhalt der von den Kurven $y = x^5 e^{ax^6}$, $y = 0$, $x = -1$ und $x = 1$ begrenzten Fläche!

Ein Unternehmen setzt $A(p)$ Stück eines Produktes zum Preis von p pro Stück ab und erzielt damit einen Umsatz (Erlös) von $U(p) = A(p) \cdot p = \frac{p}{ap + b}$ ($a, b > 0$). Der Preis kann auch negativ sein (sinnvoll z.B., wenn das Produkt sonst noch kostenaufwändiger entsorgt werden müsste), die abgesetzte Stückzahl $A(p)$ darf aber nicht negativ werden.

4. (11 Punkte)

- Wie ist der Definitionsbereich von $U(p)$ zu wählen, damit der Absatz wie gefordert nicht negativ wird?
- Wie verhält sich der Umsatz für $p \rightarrow \infty$?
- Untersuchen Sie die Funktion $U(p)$ auf Monotonie und Extremwerte und bestimmen Sie ihren Wertebereich!
- Ist $U(p)$ invertierbar? Geben Sie ggf. die Umkehrfunktion sowie ihren Definitionsbereich an!
- Entwickeln Sie $U(p)$ an der Stelle $p_0 = 0$ nach der Taylorsche Formel bis zum quadratischen Glied!

5. (5 Punkte)

- Ermitteln Sie aus den obigen Angaben die Funktion $A(p)$! Wo ist diese definiert?
- Es sei zusätzlich gegeben, dass $A(p)$ stetig ist. Ändert sich durch diese Angabe der Definitionsbereich? Wieviel Stück des Produktes werden abgesetzt, wenn es verschenkt wird (ohne dass vom Schenkenden noch etwas dazugezahlt wird)?
- Wie verhält sich der Absatz für $p \rightarrow \infty$?

bitte wenden!

6. (8 Punkte)

- a) Bestimmen Sie für die oben angegebene Funktion $U(p)$ die Elastizität des Umsatzes in Bezug auf den Preis!
- b) Für welche Preise reagiert der Umsatz elastisch, proportionalelastisch bzw. unelastisch auf Preisänderungen?
- c) Sei $a = 2 \cdot 10^{-6}$, $b = 3 \cdot 10^{-5}$. Ermitteln Sie mit Hilfe der Elastizität näherungsweise die relative Änderung des Umsatzes, wenn der Preis von $p = 10$ auf $p = 10.2$ erhöht wird!

Zusatz (+4 Punkte)

Für die obige Funktion $U(p)$ sei bekannt, dass bei einem Preis von $p = 10$ die Elastizität des Umsatzes in Bezug auf den Preis 0.8 beträgt. Der Absatz $A(p)$ sei stetig. Für $p = 0$ werden 100 000 Stück abgesetzt. Bestimmen Sie aus diesen Angaben die Parameter a und b ! Drücken Sie $U(p)$ für diese Parameter möglichst einfach aus!