

Mathematik I für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript, Taschenrechner

1. (4 Punkte)

Einige Krankenschwestern sind teilzeitbeschäftigt. Krankenschwestern, die Nachtdienst haben, haben immer eine volle Stelle. Begründen Sie mit den Regeln der mathematischen Logik, welche der folgenden Schlussfolgerungen wahr bzw. falsch sind:

- a) Krankenschwestern mit einer vollen Stelle haben auch Nachtdienst.
- b) Krankenschwestern haben dann und nur dann Nachtdienst, wenn sie eine volle Stelle haben.
- c) Es gibt einige Krankenschwestern, die nachts nicht arbeiten.

2. (9 Punkte)

Lösen Sie die Gleichung $z^2 - (2 + 4i)z + 5 + (4 - 8\sqrt{3})i = 0$ für $z \in \mathbb{C}$ mit Hilfe der Lösungsformel der quadratischen Gleichung und der Moivreschen Formel! Zeichnen Sie die Lösungen in die Gaußsche Zahlenebene ein!

3. (5 Punkte)

Jemand erhält in einem Kalenderjahr jeweils am Monatsende eine Zahlung von 3000 €, außerdem Mitte Dezember ein Weihnachtsgeld von 2000 €. Das Geld wird nicht ausgegeben, sondern immer gleich auf einem Tagesgeldkonto mit einer Verzinsung von 0.25 % pro Monat und monatlicher Zinsgutschrift angelegt. Am Jahresende wird das Guthaben abgehoben, welcher Betrag steht zur Verfügung?

4. (9 Punkte)

Betrachtet werden Quader mit den Kantenlängen a , b und c , deren Volumen 1 m^3 beträgt und bei denen die Kanten a und b im Verhältnis $1 : 3$ stehen. Wie müssen die Kantenlängen gewählt werden, damit der Oberflächeninhalt minimal wird? Wie groß ist die minimale Oberfläche?

5. (7 Punkte)

Sei $x > 0$, a ein positiver Parameter und $f(x) = x + \sqrt{x^2 + a}$.

- a) Berechnen Sie die Elastizität von f bezüglich x !
- b) Für welche x ist $f(x)$ elastisch, proportionalelastisch bzw. unelastisch?
- c) Es sei bekannt, dass für $x = 1$ das relative Wachstum von f nur halb so groß ist wie das von x . Ermitteln Sie den Wert des Parameters a !

6. (6 Punkte)

Berechnen Sie $\int \left(\frac{a \cos x}{1 + \sin^2 x} + x e^{bx^2} \right) dx$!

Zusatz (+4 Punkte)

Ermitteln Sie die Extrema von $f(x) = \begin{cases} (x - 1)^2 + \frac{1}{2}, & 0 \leq x \leq 1 \\ (x - 2)^2 - \frac{1}{2}, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$!