Technische Universität Chemnitz 20. Februar 2003

Fakultät für Mathematik

Mathematik I für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten! Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: beliebige schriftliche Unterlagen, einfache Taschenrechner (nicht programmierbar und ohne Grafikdisplay)

1. (6 Punkte)

Für welche reellen x gilt $1 - \dfrac{6(x+3)}{|4+2x|} > -1$?

2. (7 Punkte)

Ermitteln Sie die algebraische und trigonometrische Darstellung sowie die 4. Potenz der komplexen Zahl $z = \dfrac{-3+4\,\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}} + 5\dfrac{\mathrm{i}}{3+4\,\mathrm{i}} - \dfrac{2}{5}\mathrm{i}$!

3. (4 Punkte)

Bei einem Tarifabschluss wurde vereinbart, die Gehälter um 2.40 % zu erhöhen, sie aber einen halben Monat später als bisher auszuzahlen. Um wieviel steigt der Barwert der Gehälter bezogen auf den ursprünglichen Auszahlungszeitpunkt, wenn mit einem Kalkulationszinssatz von 3 % p.a. und einfacher Verzinsung gerechnet wird?

4. (11 Punkte)

Auf einen Ertrag x soll eine Steuer $S(x)$ erhoben werden. Dabei soll eine kubische Steuerfunktion $S(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ verwendet werden, die folgende Bedingungen erfüllt:

– Für $x = 0$ soll keine Steuer erhoben werden und der Grenzsteuersatz 10 % betragen.
– Für $x = 10$ soll die Elastizität der Steuerfunktion 2 betragen.
– Für $x = 5$ soll der Grenzsteuersatz 37.5 % betragen

a) Welche relative Erhöhung der Steuer hat eine Steigerung des Ertrages von $x = 10$ aus um 0.5 % ungefähr zur Folge?

b) Ermitteln Sie die Steuerfunktion, die alle geforderten Bedingungen erfüllt!

5. (11 Punkte)

Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_8^\infty \frac{15}{2x^2+18x-72}\,\mathrm{d}x$!

6. (11 Punkte)

a) Ergänzt einer der Vektoren $\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix}$ oder $\begin{pmatrix}5\\1\\2\end{pmatrix}$ das Vektorsystem $\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\4\\-1\end{pmatrix}\right\}$ zu einer Basis des $\mathbb{R}^3$, wenn ja welcher?

b) Stellen Sie, falls bei a) eine Basis des $\mathbb{R}^3$ gefunden wurde, den Vektor $\begin{pmatrix}12\\1\\0\end{pmatrix}$ als Linearkombination der Vektoren dieser Basis dar!

c) Geben Sie den Rang folgender Matrizen an und begründen Sie Ihr Ergebnis:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix}1&2&3\\0&4&4\\1&-1&0\end{pmatrix},\quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix}1&2&5\\0&4&1\\1&-1&2\end{pmatrix},\quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix}1&2&12\\0&4&1\\1&-1&0\end{pmatrix},\quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix}1&2&3&12\\0&4&4&1\\1&-1&0&0\end{pmatrix}\ !$$