

Mathematik I für Wirtschaftsingenieure

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: gedruckte Formelsammlung, Skript ohne Anhang, Taschenrechner

1. (4 Punkte)

Ermitteln Sie die komplexe Zahl z , für die $\frac{1 + 3i}{25}z + \frac{2 - 3i}{1 + 2i} = -\frac{7i}{5}$ gilt!

2. (5 Punkte)

Durch 10 gleiche jährliche Raten, von denen die erste sofort zu zahlen ist, soll in 10 Jahren bei einer Verzinsung von 5.1 % ein Guthaben von 100 000 € angespart werden. Wie hoch müssen die Raten sein?

3. (8 Punkte)

Bestimmen Sie a) $\lim_{a \rightarrow 7} \left(\frac{1}{a-7} - \frac{8}{a^2 - 6a - 7} \right)$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\tan x}$!

4. (10 Punkte)

Sei $f(x) = e^{\sin x} - ax$.

- a) Entwickeln Sie $f(x)$ an der Stelle $x_0 = 0$ nach der Taylorschen Formel bis zum kubischen Glied! (Das Restglied muss nicht angegeben werden.)
- b) Wie muss man den Parameter a wählen, damit $f(x)$ an der Stelle $x_0 = 0$ einen Extremwert hat?

5. (5 Punkte)

Sei $a \geq 0$, $0 \leq x \leq 1$ und $f(x) = \sqrt[3]{a + 5x - 2x^2 - 3x^3} (5 - 4x - 9x^2)$.

- a) Bestimmen Sie die Stammfunktion von $f(x)$!
- b) Ermitteln Sie das bestimmte Integral $\int_0^1 f(x) dx$!

6. (8 Punkte)

Der pro Mengeneinheit eines Produktes zu erzielende Gewinn sei $G(p) = 300 - 2p$, wobei p der Preis der für die Herstellung des Produktes erforderlichen Rohstoffe sei.

- a) Für welchen Preis führt eine Preiserhöhung um 1 % zu einer Gewinnminderung um 2 % ?
- b) Ermitteln Sie, für welche Rohstoffpreise sich der Gewinn elastisch verhält, wobei nur solche Rohstoffpreise zu beachten sind, die einen positiven Gewinn garantieren!

Zusatz (+4 Punkte)

Sei $0 < a < b$. Zeigen Sie, dass die Beziehung $\frac{b-a}{b} \leq \ln \frac{b}{a} \leq \frac{b-a}{a}$ gilt!

Hinweis: Gilt für eine über $[a, b]$ mit $a < b$ Riemann-integrierbare Funktion $f(x)$ die Beziehung

$$m \leq f(x) \leq M, \text{ so gilt } m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a).$$