

Aufgabe 1	Name, Vorname	Studiengang unterstreichen WIINF WIINE/WIINM	Punkte erreichbar: 11
---------------------	---------------	--------------------------------------------------------------	------------------------------

Lösen Sie die Differentialgleichung $y'(x) - y(x) \cos x = \sin x \cos x$!

Aufgabe 2	Name, Vorname	Studiengang unterstreichen WIINF WIINE/WIINM	Punkte erreichbar: 8
---------------------	---------------	--------------------------------------------------------------	-----------------------------

Lösen Sie die Randwertaufgabe $\ddot{x}(t) - 2\dot{x}(t) + 10x(t) = 0$!
 $x(0) = 3, \quad x(\frac{\pi}{6}) = 2$

Aufgabe 3	Name, Vorname	Studiengang unterstreichen WIINF WIINE/WIINM	Punkte erreichbar: 13
---------------------	---------------	--------------------------------------------------------------	------------------------------

Lösen Sie das Differentialgleichungssystem $\dot{x} = 2x + y - 3z$
 $\dot{y} = x + 2y - 3z$!
 $\dot{z} = 5x + y - 6z$

Aufgabe 4	Name, Vorname	Studiengang unterstreichen WIINF WIINE/WIINM	Punkte erreichbar: 9
---------------------	---------------	--------------------------------------------------------------	-----------------------------

Geben Sie die Iterationsvorschrift des Newtonverfahrens zur Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} \sin x - y &= 0 \\ x - \cos y &= 0 \end{aligned}$$

an und führen Sie einen Iterationsschritt mit dem Startwert $(x^{(0)}, y^{(0)}) = (1, 1)$ aus!

Aufgabe 5	Name, Vorname	Studiengang unterstreichen WIINF WIINE/WIINM	Punkte erreichbar: 7
---------------------	---------------	---------------------------------------------------------------------	-----------------------------

Das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}
 100x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 &= 96 \\
 x_1 + 100x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 &= 97 \\
 x_1 + x_2 + 100x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 &= 98 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + 100x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 &= 99 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 100x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 &= 100 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + 100x_6 + x_7 + x_8 + x_9 &= 101 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + 100x_7 + x_8 + x_9 &= 102 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + 100x_8 + x_9 &= 103 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + 100x_9 &= 104
 \end{aligned}$$

soll mit dem Jacobischen Gesamtschrittverfahren iterativ nach der Vorschrift

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = \frac{1}{100} \left(\begin{pmatrix} 96 \\ 97 \\ 98 \\ 99 \\ 100 \\ 101 \\ 102 \\ 103 \\ 104 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x}^{(n)} \right)$$

gelöst werden.

- a) Begründen Sie die Konvergenz dieses Verfahrens!
 b) Führen Sie mit dem Startvektor $\mathbf{x}^{(0)} = (1, 1, \dots, 1)^\top$ einen Iterationsschritt aus!

Aufgabe 6	Name, Vorname	Studiengang unterstreichen WIINF WIINE/WIINM	Punkte erreichbar: 12
---------------------	---------------	---------------------------------------------------------------------	------------------------------

Entwickeln Sie die $\frac{\pi}{2}$ -periodische Funktion $f(x) = |\sin 2x|$ in eine Fourierreihe!

Hinweis: $\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta))$