Mathematik II für Wirtschaftsinformatiker und -ingenieure

Prüfungsklausur

Zugelassene Hilfsmittel: alle schriftlichen Unterlagen, nichtprogrammierbare Taschenrechner (ohne Grafikdisplay)

1. (7 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{\sin \pi(x+2)}{x+2} + x^2$.

- (a) Berechnen Sie $\lim_{x\to -2} f(x)$.
- (b) Bestimmen Sie eine quadratische Näherung durch Taylorentwicklung im Punkt 0.
- 2. (12 Punkte)

Die vertikale Bewegung eines Körpers wird durch den zeitabhängigen Abstand zur Wasseroberfläche

$$a(t) = (t^3 - 2t^2 - 3t)e^{-t}$$
 (t in Sekunden)

beschrieben.

- (a(t) > 0): Körper befindet sich über der Wasseroberfläche,
- a(t) < 0: Körper befindet sich unter der Wasseroberfläche.)

Diskutieren Sie die Funktion und gehen Sie insbesondere auf folgende Fragen ein:

- (a) Wann befindet sich der Körper an der Wasseroberfläche?
- (b) Wie groß ist seine höchste Höhe im Zeitintervall $[0, \infty)$?
- (c) Wie tief taucht er maximal ein $(t \in [0, \infty))$?
- (d) Skizzieren Sie die Funktion!

3. (9 Punkte)

Berechnen Sie:

(a)
$$\int \frac{2x-11}{x^2+3x-10} \, \mathrm{d}x$$

(b)
$$\int (9x^2 + 2x + 5)\sqrt[5]{3x^3 + x^2 + 5x + 8} dx$$

(c)
$$\int_{0}^{\pi/6} \sin x \cdot \cos x \, dx$$

4. (12 Punkte)

Eine Schraubenlinie sei beschrieben durch die Parameterdarstellung

$$x = 2\cos t, y = 2\sin t, z = \frac{4}{3}t^{\frac{3}{2}}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Länge des Kurvensegmentes $t \in [0, 1]$.
- (b) Ermitteln Sie den Krümmungsradius im Punkt $\left(\sqrt{2},\sqrt{2},\frac{4}{3}\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{3}{2}}\right)$.