

Mathematik II für Wirtschaftsinformatiker und -ingenieure

Prüfungsklausur

1. (10 Punkte) Die Anzahl z der Fahrzeuge, die eine bestimmte Straße stündlich passieren können, lasse sich aus der mittleren Geschwindigkeit v in m/s bei einer mittleren Fahrzeuglänge von 4 m nach folgender Formel berechnen:

$$z(v) = 1000 \frac{v}{4 + \frac{v}{4} + \frac{v^2}{12}}.$$

- a) Bei welcher Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h ist die Durchlassfähigkeit der Straße am größten?
b) Die Straße werde durchschnittlich mit $v_0 = 12$ m/s passiert. Approximieren Sie z um v_0 durch ein Taylorpolynom 2. Grades!
2. (10 Punkte) Berechnen Sie folgende Integrale:

- a) $\int (2 + 3x)^2 dx$,
b) $\int x \cos 5x dx$,
c) $\int \frac{5x - 1}{x^2 + x - 12} dx$!

3. (8 Punkte) Gegeben sei die Kurve $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \sin t \\ \frac{2}{3} \sqrt{2} t^3 \\ 2 - t \cos t \end{pmatrix}$, $1 \leq t \leq 5$.

- a) Berechnen Sie die Länge der Kurve!
b) Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve im Punkt $\vec{x}(\pi)$!
4. (12 Punkte) Für $x > 0$, $y > 0$ sei die Funktion $f(x, y) = x - y + \ln \frac{y}{x}$ definiert.
- a) Berechnen Sie Gradient und Hessematrix dieser Funktion!
b) Hat die Funktion globale oder lokale Extrema bzw. Sattelpunkte?
c) Ermitteln Sie die Gleichung der Tangentialebene im Punkt $(e, 1)$ an $z = f(x, y)$!
d) Sei \vec{a} ein Vektor in gegenüber der positiven x -Achse im positiven Sinne um 60° gedrehter Richtung. Berechnen Sie die Richtungsableitung $\frac{\partial f}{\partial \vec{a}}(e, 1)$!
e) In welche Richtung wächst $f(x, y)$ ausgehend von $(x, y) = (e, 1)$ am stärksten?